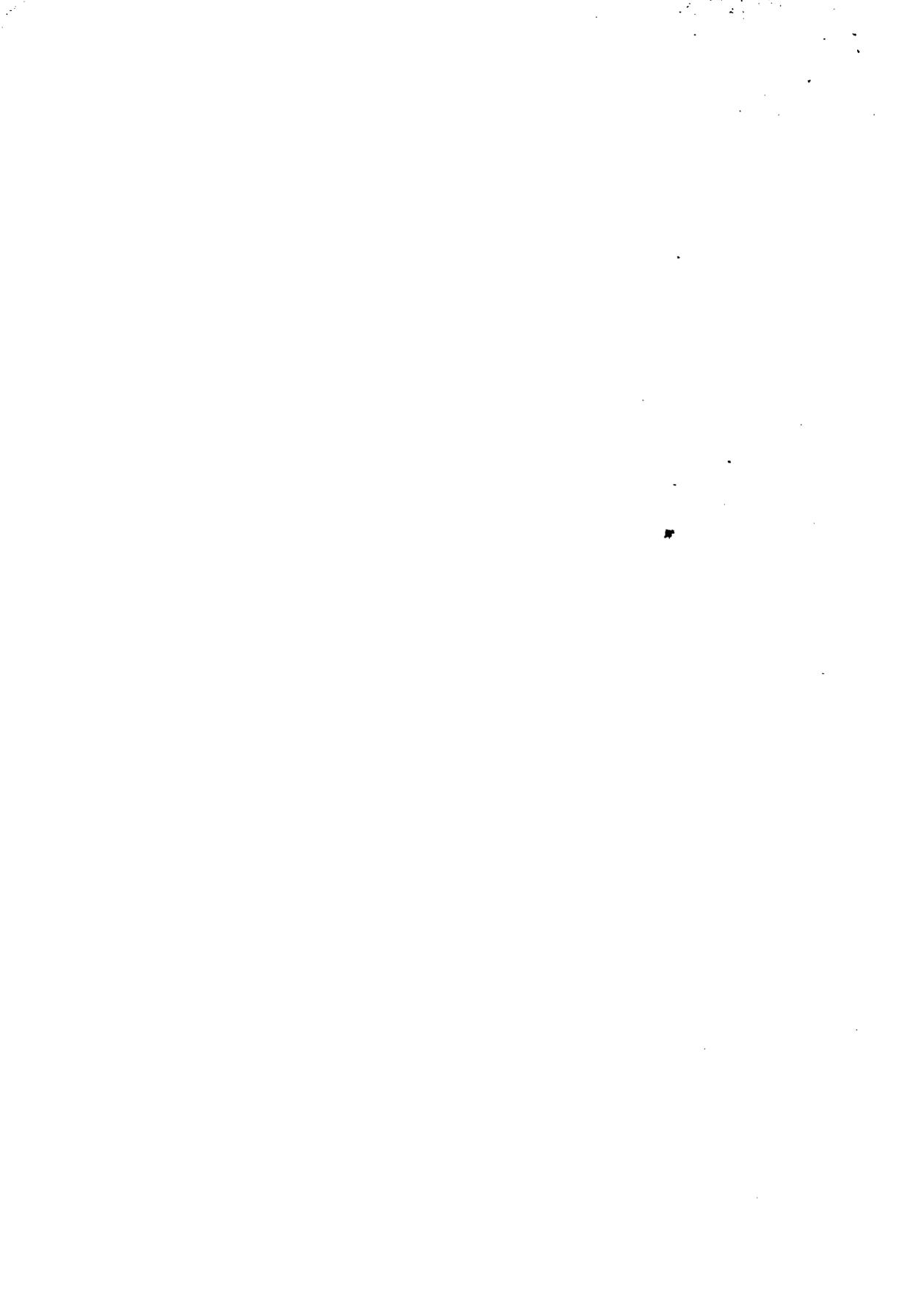


Séminaire de rhéologie

Paris, 19-20 mai 1998

Les actes



SÉMINAIRE DE RHÉOLOGIE

École Nationale du Génie Rural, des Eaux et Forêts
PARIS
19 et 20 mai 1998

Séminaire de rhéologie. 19-20 mai 1998

Coordination scientifique : Christophe ANCEY. Secrétariat : Evelyne LANGLOIS

Impression et façonnage : Ateliers Cemagref-Dicova. Vente par correspondance : Publi-Trans, BP 22, 91167 Longjumeau Cedex 9, Tél. 01.69.10.85.85. Diffusion aux libraires : Tec et Doc Lavoisier, 14 rue de Provigny - 94236 Cachan Cedex. © Cemagref, ISBN 2-85362-504-4, dépôt légal 4^{ème} trimestre 1998. Prix de vente : 225 F TTC

Premier séminaire sur la rhéologie au Cemagref

ENGREF - PARIS
19 et 20 mai 1998

First workshop on the rheology
at Cemagref

Coordinateur scientifique :
Christophe ANCEY

Comité scientifique :
Graciela ALVAREZ, Cemagref
Christophe ANCEY, Cemagref
Christian DUQUENNOI, Cemagref

Président de séance :
Graciela ALVAREZ, Cemagref
Christian DUQUENNOI, Cemagref
Rémi POCHAT, Cemagref

Secrétariat :
Evelyne LANGLOIS

Avant-propos

La rhéologie se trouve soit au premier plan, soit en arrière plan de beaucoup d'actions de recherche au Cemagref. En effet, dans des domaines aussi variés que le génie des procédés en agro-alimentaire, les géomatériaux ou bien encore les fluides naturels, une meilleure maîtrise des phénomènes passe par une connaissance suffisante du comportement rhéologique des matériaux impliqués. Pour notre établissement, le nombre de thèses soutenues ces dernières années avec pour sujet une étude rhéologique témoigne de la vigueur et de l'intérêt de ces recherches dans différents programmes. S'il est vrai que le Cemagref a été et reste surtout un utilisateur en matière de rhéologie, il faut aussi signaler qu'il a ponctuellement contribué à améliorer la connaissance sur les lois de comportement, les écoulements, et les processus.

Le séminaire qui s'est tenu le 19 et 20 mai 1998 à l'ENGREF a été l'occasion de dresser un premier bilan sur les investigations en rhéologie menées au Cemagref. Une originalité du séminaire a été de mêler les exposés des équipes de recherche du Cemagref et des conférences présentées par quatre spécialistes français de la rhéologie. Trois thèmes ont été distingués.

- le génie des procédés en agroalimentaire concerne les processus de fabrication et de mise en forme des matériaux de l'agroalimentaire. Le professeur Lionel Choplin de l'ENSICN à Nancy a présenté un exposé sur ses travaux, où il essaye de faire le lien entre les caractéristiques mécaniques mesurées sur des réacteurs et les propriétés rhéologiques des matériaux mobilisés ;
- les géomatériaux regroupent des matériaux grossiers divers allant du sol au béton en passant par les roches. Le professeur Félix Darve de l'INPG à Grenoble a présenté un exposé de synthèse sur la rhéologie des géomatériaux, où il a proposé une classification des différentes lois de comportement utilisées ;
- les fluides naturels sont les fluides impliqués dans des écoulements naturels tels que les laves torrentielles, les laves volcaniques, les avalanches, etc. On peut également incorporer les boues d'épandage qui ne sont pas mobilisés dans des écoulements naturels mais résultent de la transformation des résidus de station d'épuration. Philippe Coussot du LMSGC à Champs-sur-Marne a dressé un panorama des différents types d'écoulement naturel et des lois de comportement qui leur sont associées.

Jean-François Agassant de l'École des Mines de Paris a présenté un exposé général sur la rhéologie. Si l'accent au niveau des exemples a été mis sur la rhéologie des polymères fondus, les grands principes fondateurs de la rhéologie ont été rappelés (avec beaucoup d'humour et de clarté).

Participants et universitaires invités ont noté la variété des problèmes traités au sein de l'établissement (des sols de remblai aux avalanches !), la complexité des matériaux impliqués et le couplage à l'ingénierie. Le succès de cette première rencontre tient beaucoup à la participation active de plusieurs personnes. Tout d'abord, nous avons reçu le plein soutien de la direction des programmes. Le comité de pilotage composé de Graciela Alvarez, de Christian Duquennoi, et de moi-même a fait un gros travail de relecture des articles présentés. Il faut également signaler la diligence et le soutien logistique apporté par Evelyne Langlois qui s'est occupée de la préparation du séminaire. Je sais gré également à François Lacroix et Maurice Meunier de l'aide qu'ils ont apportée dans le relevé des débats ou la relecture des articles. Enfin, il faut adresser nos plus vifs remerciements aux quatre conférenciers extérieurs qui sont venus présenter un état de l'art dans leur domaine et nous ont fait part de leurs commentaires à la suite des exposés des équipes du Cemagref.

Christophe ANCEY
Coordonnateur scientifique

Sommaire

Introduction :

- J.F. Agassant (Cemef) : « *Rhéologie des fluides polymères* » 3
- Débat 25

Thème 1 : Rhéologie et génie des procédés en agroalimentaire

- L. Choplin (ENSICN) : « *Maîtrise rhéologique de procédés complexes de transformation de bioproduits* » 29
- M.A. Ben Lakhdar, J. Guilpart, et A. Lallemand (Cemagref) : « *Caractérisation rhéologique d'un fluide frigoporteur diphasique : "coulis de glace" glace + eau + éthanol* » 35
- D. FLick, J. Moureh, et P. Lema-Larrieu (Cemagref) : « *Étude expérimentale et numérique d'un échangeur de chaleur à noyau tournant conique pour des fluides newtoniens et rhéofluidifiants* » 43
- Débat 53

Thème 2 : Rhéologie et géomatériaux

- F. Darve (INPG - 3S) : « *Rhéologie des géomatériaux* » 57
- S. Bonelli et P. Anthiniac (Cemagref) : « *Sur le comportement hydroplastique des sols* » 89
- D. Poulain, H. Girard, et P. Kouassi (Cemagref) : « *Étude en laboratoire du comportement hydromécanique des sols fins compactés* » 109
- Débat 125

Thème 3 : Rhéologie et environnement

- P. Coussot (LMSGC) : « *Rhéologie et environnement* » 129
- C. Ancey (Cemagref) : « *Rhéologie des écoulements granulaires* » 147
- D. Laigle (Cemagref) : « *La modélisation des écoulements de laves torrentielles boueuses* » 169
- P. Frey (Cemagref) : « *Un exemple d'application de la rhéologie et de l'hydraulique des laves torrentielles boueuses* » 183
- M. Naaim (Cemagref) : « *Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire* » 191
- J.C. Baudez (Cemagref) : « *Rhéologie des boues de stations d'épuration, comportement au stockage et à l'épandage* » 225
- Débat 243

Rhéologie : introduction

Rhéologie des fluides polymères

Rheology of polymer melts

Jean-François AGASSANT

École des Mines de Paris

CEMEF, UMR CNRS 7635

Sophia Antipolis

06560 Valbonne

email : Jean-Francois.Agassant@cemef.cma.fr

(notes prises par Christophe ANCEY)

Résumé : Cet article présente les bases du raisonnement suivi en rhéologie pour aboutir à une formulation tensorielle de la loi de comportement à partir d'expériences réalisées en dimension 1. Les exemples sont empruntés à la rhéologie des polymères fondus. Dans un premier temps, on met en évidence les insuffisances du modèle newtonien pour décrire les écoulements de polymères, puis dans un second temps, on passe en revue les propriétés pseudoplastiques et viscoélastiques de ces écoulements. Enfin, dans un troisième temps, on examinera quelques techniques expérimentales utilisées en rhéométrie.

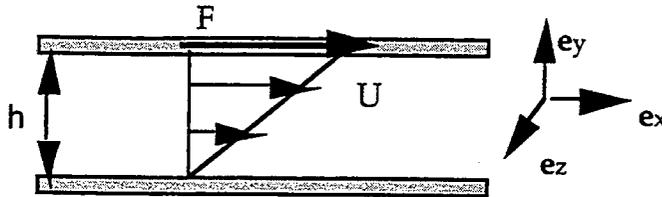
L'objectif de cet exposé est de présenter un survol rapide de la rhéologie avec en toile de fond les applications que l'on peut en tirer pour étudier le comportement des polymères fondus. Les polymères sont des matériaux composés de macromolécules dont les applications sont très nombreuses dans l'industrie, par exemple en plasturgie. La compréhension physique du comportement des polymères à l'échelle moléculaire n'est pas aisée car on doit tenir compte d'interactions élémentaires plus ou moins complexes : enchevêtrement des macromolécules, distribution des branchements et des masses moléculaires. A l'échelle macroscopique, leur étude s'avère un peu plus facile, notamment sur un plan expérimental. Par exemple, en comparaison avec les matériaux naturels dont il est question au cours de ce séminaire, le rhéologue s'intéressant aux polymères a la chance de pouvoir s'appuyer sur des mesures précises et bien reproductibles. Au cours de cet exposé, nous allons présenter les ingrédients nécessaires à la description macroscopique du comportement des écoulements de polymères.

Dans un premier temps, l'accent sera mis sur l'approche tensorielle en rhéologie. Souvent vécue par les étudiants et certains chercheurs comme une lourdeur, la représentation du comportement sous forme tensorielle est extrêmement intéressante et féconde. A titre d'exemple, on reviendra sur la classique loi de comportement newtonienne et on expliquera comment on fait pour passer du comportement observé (en dimension 1) à la formulation (tensorielle) de la loi de comportement. Dans un second temps, on appliquera la méthodologie proposée au cas des polymères. On s'intéressera à décrire le comportement pseudoplastique, puis

viscoplastique des polymères fondus. En dernier lieu, quelques indications sur les méthodes de mesure seront présentées.

1 Les paradoxes du comportement newtonien

C'est au grand Newton que l'on doit la première loi sur le comportement des fluides en 1687 établie expérimentalement à partir d'essais sur de la mélasse (cf. Fig. 1). Traduit dans la terminologie scientifique actuelle, cette loi énonce que la viscosité, c'est-à-dire le rapport de la contrainte de cisaillement d'un fluide (appelé aujourd'hui newtonien) sur le taux de cisaillement, est constante.



- contrainte de cisaillement : $\tau = \frac{F}{S}$
- taux de cisaillement : $\dot{\gamma} = \frac{U}{h}$

Fig. 1 : Expérience de cisaillement simple : écoulement de Couette plan.

Quelques siècles plus tard, en 1909, un autre anglais, Trouton, réalise des expériences d'élongation sur des bitumes (cf. Fig. 2). Il aboutit à un résultat similaire à celui de Newton, à savoir que la viscosité élongationnelle, définie comme le rapport de la contrainte de traction sur le taux d'élongation, est constante. Toutefois, cette viscosité élongationnelle est trouvée être environ trois fois supérieure à la viscosité en cisaillement simple.

Tel quel, le résultat de Trouton est troublant voire embarrassant. Il incite à penser que la viscosité d'un fluide n'existe pas réellement et qu'il existe autant de valeurs de viscosité que de types d'expérience. A l'extrême, il peut remettre en cause l'intérêt de la démarche mise en œuvre si aucune unité de comportement ne peut être trouvée expérimentalement. En fait le résultat de Trouton ne constitue pas un paradoxe si l'on prend soin de formuler la loi de comportement sous forme tensorielle. C'est ce que nous allons montrer.

Pour cela, il faut se placer dans le cadre de la mécanique des milieux continus. Deux descripteurs sont utilisés pour représenter le comportement du fluide à l'échelle locale. D'une part, on introduit le tenseur des taux de déformations $\dot{\epsilon}$ défini comme la partie symétrique du gradient du champ de

vitesse ; ce tenseur traduit donc la vitesse avec laquelle se déforme localement le fluide :

$$(1) \quad \dot{\epsilon} = \frac{1}{2} (\text{grad } \mathbf{u} + {}^t \text{grad } \mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$$

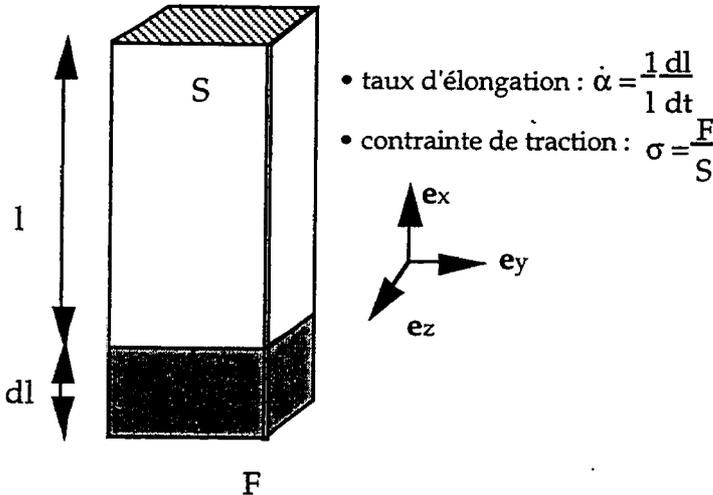


Figure 2 : Expérience d'élongation.

D'autre part, on définit la notion de contrainte s'exerçant sur une surface infinitésimale comme étant la limite des forces affectant la facette quand on fait tendre la surface S vers zéro. La contrainte en un point est donc une fonction de la normale \mathbf{n} à la facette considérée :

$$(2) \quad \mathbf{t}(\mathbf{M}, \mathbf{n}) = \lim_{\delta S \rightarrow 0} \frac{\delta \mathbf{F}}{\delta S}$$

En examinant l'équilibre locale des forces s'exerçant sur un tétraèdre élémentaire, on montre que les variations de la contrainte en un point en fonction de la normale ne sont pas quelconques mais linéaires par l'intermédiaire d'un objet que l'on appelle le tenseur des contraintes σ :

$$(3) \quad \mathbf{t}(\mathbf{M}, \mathbf{n}) = \sigma \mathbf{n}$$

Par ailleurs, l'hypothèse d'équilibre des couples permet de montrer que le tenseur des contraintes est symétrique $\sigma = {}^t \sigma$. Pour diverses raisons sur lesquelles nous ne reviendrons pas ici, il est souvent nécessaire de décomposer le tenseur des contraintes sous la forme suivante :

$$(4) \quad \sigma = -p \mathbf{1} + \mathbf{s}$$

où p est la pression (partie sphérique) et \mathbf{s} le tenseur des extra-contraintes (partie déviatorique, avec $\text{tr } \mathbf{s} = 0$). Pour un fluide incompressible, la pression est indéterminée et ne peut être calculée qu'après résolution des équations du mouvement. Pour un fluide compressible, la pression est définie thermodynamiquement par l'intermédiaire de l'énergie libre.

Outre ces deux descripteurs, nous avons besoin d'équations de conservation qui permettent de traduire le bilan de masse, de quantité de mouvement (et d'énergie) au cours d'un écoulement. Ces équations au nombre de 5 constituent les équations du mouvement. Notons que le nombre d'inconnues est de 10 : \mathbf{u} , p , \mathbf{s} , ρ et qu'il est supérieur au nombre d'équations disponibles. Nous avons donc besoin d'une relation supplémentaire pour fermer le problème : c'est la loi de comportement, qui est généralement formulée comme une relation entre les extra-contraintes et le tenseur des taux de déformation. Par exemple, dans le cas des fluides newtoniens, on écrit que cette relation est linéaire (loi de Navier, 1823) :

$$(5) \quad \mathbf{s} = 2\eta \dot{\boldsymbol{\epsilon}}$$

où η est une grandeur scalaire intrinsèque au fluide (et fonction uniquement de la température) que l'on appelle *viscosité*.

Revenons maintenant à notre exemple précédent. Considérons le cas du cisaillement simple entre deux plaques maintenues parallèles : la plaque supérieure est déplacée à une vitesse U constante (cf. Fig. 1). Le profil de vitesse est linéaire et s'écrit :

$$(6) \quad \mathbf{u} = U \frac{y}{h} \mathbf{e}_x = \dot{\gamma} y \mathbf{e}_x$$

Nous en déduisons directement que le tenseur des taux de déformation s'écrit :

$$(7) \quad \dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\dot{\gamma}}{2} & 0 \\ \frac{\dot{\gamma}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le tenseur des contraintes a pour composantes :

$$(8) \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} -p & \tau & 0 \\ \tau & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix}$$

avec $\tau = F/S$. D'après la loi de comportement newtonienne Eq. (5), on trouve que l'on a également :

$$(9) \quad \tau = \eta \dot{\gamma}$$

On trouve que la viscosité de la loi de comportement est égale à la viscosité en cisaillement simple de l'expérience de Newton. Dans le cas d'une élongation pour un fluide newtonien incompressible, le tenseur des taux de déformation a pour composantes :

$$(10) \quad \dot{\epsilon} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\dot{\alpha}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\dot{\alpha}}{2} \end{bmatrix}$$

Le tenseur des contraintes a pour composantes :

$$(11) \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

avec $\sigma = F/S$. Dans le même temps par application de (5), on doit avoir :

$$(12) \quad \sigma = \begin{bmatrix} -p + 2\eta\dot{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & -p - \eta\dot{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & -p - \eta\dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

En comparant (11) et (12), on tire que l'on doit avoir :

$$(13) \quad p = -\eta\dot{\alpha} \text{ et } \sigma = 3\eta\dot{\alpha}$$

On trouve donc que la viscosité élongationnelle est égale à trois fois la viscosité du fluide. Ainsi on montre que le résultat obtenu par Trouton n'est pas du tout incompatible avec celui obtenu deux siècles plus tôt par Newton. Cet exemple illustre bien l'importance de la formulation de la loi de comportement sous une forme tensorielle.

L'objectif de la rhéologie n'a pas été seulement de formuler la loi de comportement newtonienne sous une forme tensorielle adéquate. Le gros du travail est d'arriver à proposer des lois de comportement pertinentes pour décrire plusieurs classes de matériau. En effet, il s'est avéré qu'une loi linéaire comme la loi newtonienne n'est pas représentative du comportement de tous les fluides. A titre d'exemple, examinons la différence de pression qu'il faudrait exercer entre les deux extrémités d'une filière pour extruder des polymères. Imaginons une filière de section rectangulaire, de longueur 10 cm, de hauteur 1 mm et de largeur 1 m. Si l'on souhaite extruder des polymères fondus extrêmement visqueux ($\eta = 10^4$ Pa.s, $\rho = 100$ kg/m³) à un débit de $Q = 100$ kg/h, il faudrait exercer une différence de pression :

$$(14) \quad \Delta P = \frac{12\eta QL}{\rho W h^3} = 333 \text{ MPa}$$

A l'évidence, ce résultat est sans commune mesure avec ce qui est industriellement mis en œuvre dans une filière d'extrusion. La conclusion est que le comportement des polymères fondus ne suit pas le modèle newtonien. Dans la section suivante, nous allons examiner les caractéristiques rhéologiques des polymères fondus.

2. Le comportement pseudoplastique des polymères.

Des expériences de rhéométrie en cisaillement simple montrent que les polymères sont des fluides rhéofluidifiants. Autrement dit, en comparaison avec des fluides newtoniens, la contrainte de cisaillement augmente moins vite lorsque le taux de cisaillement croît comme l'illustre la figure 3.

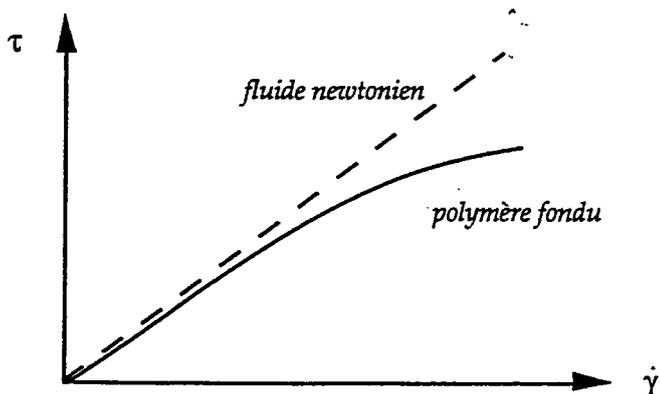


Figure 3 : Rhéogrammes typiques d'un polymère fondu et d'un fluide newtonien.

Si l'on introduit une viscosité équivalente $\eta(\dot{\gamma}) = \tau / \dot{\gamma}$, alors on trouve qu'aux faibles taux de cisaillement ($\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$) la viscosité est constante et en conséquence le comportement s'apparente à celui d'un fluide newtonien. On parle alors de *plateau newtonien*. Aux plus forts taux de cisaillement, la viscosité diminue et on s'écarte donc de plus en plus du comportement newtonien (cf. Fig. 4). On parlera de comportement pseudoplastique.

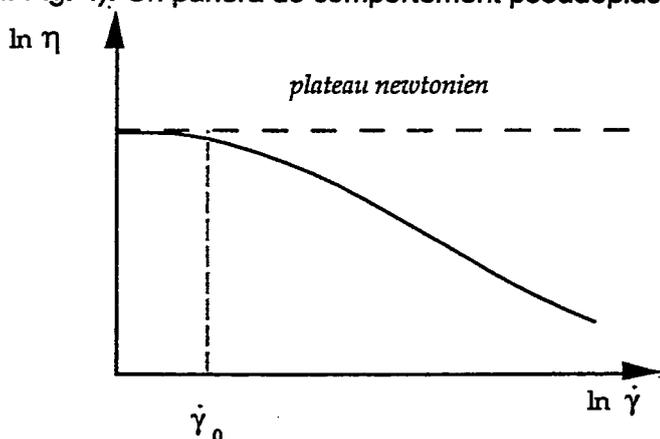


Fig. 4. Courbe de viscosité typique d'un polymère fondu en diagramme logarithmique. Mise en évidence du comportement pseudoplastique (ou rhéofluidifiant) aux forts taux de cisaillement.

Il faut descendre à l'échelle des molécules pour comprendre l'origine de ce comportement. A cette échelle, les polymères se présentent comme un amas de pelotes de macromolécules lovées sur elles-mêmes. Ces pelotes statistiques sont reliées les unes aux autres par un réseau de points d'enchevêtrement des polymères (cf. Fig. 5). La viscosité équivalente du fluide dépend de la densité d'enchevêtrement, car on sent bien que plus il y aura de points d'enchevêtrement, plus il faudra exercer de force pour dérouler les pelotes, et en conséquence plus le fluide exercera une résistance au mouvement. La viscosité équivalente doit également dépendre du temps caractéristique de l'écoulement, qui *grosso modo* correspond au temps durant lequel deux pelotes seront en contact au cours du cisaillement. Si ce temps est très faible devant le temps de formation ou de destruction d'un enchevêtrement (c'est-à-dire que l'on se situe dans le domaine des forts taux de cisaillement), alors la densité d'enchevêtrement diminue d'autant plus que l'on cisaille vite le fluide ; la viscosité équivalente doit donc diminuer. Au contraire, à faibles taux de cisaillement, le temps de contact entre pelotes est suffisamment long pour que des macromolécules se nouent et se dénouent. En considérant que le bilan des créations et de destructions des nœuds est équilibré, on trouve que la densité d'enchevêtrement est à peu près constante et donc la viscosité équivalente est constante.

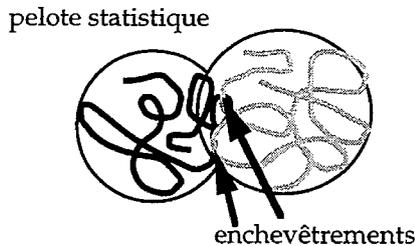


Figure 5 : Idéalisation des contacts entre polymères.

Il existe plusieurs manières de rendre compte mathématiquement du comportement pseudoplastique des polymères. La plus simple assurément, mais aussi la moins précise, consiste à retenir quand même le modèle newtonien en supposant que la viscosité du fluide est une viscosité moyenne estimée expérimentalement par le taux de cisaillement moyen prévu pour l'écoulement (cf. Fig. 6).

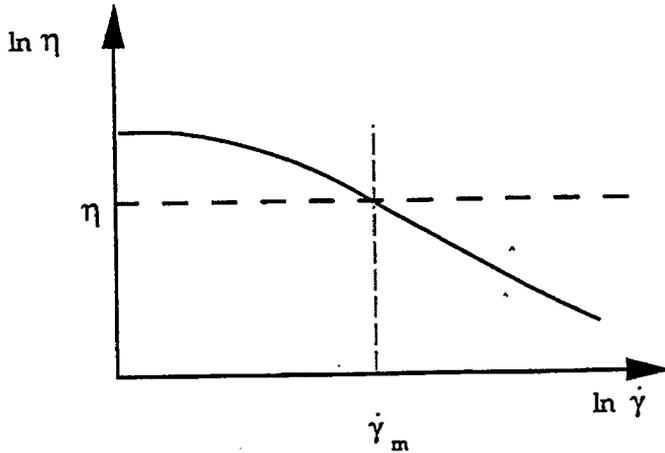


Figure 6 : Courbe de viscosité et définition de la viscosité moyenne.

Une autre méthode consiste à caler une loi puissance de la forme :

$$(1) \quad \eta = K|\dot{\gamma}|^{m-1}$$

avec K la *consistance* et m ($0 < m < 1$) l'*indice de pseudoplasticité*. Le principal avantage est qu'il est toujours possible de faire des calculs analytiques. L'inconvénient est que la viscosité ainsi calée tend vers l'infini aux faibles taux de cisaillement (cf. Fig. 7).

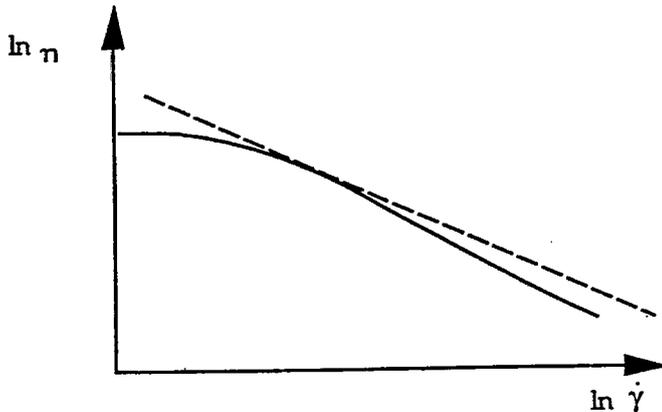


Figure 7 : Approximation de la courbe de viscosité expérimentale par une loi puissance.

Il faut recourir à une loi de calage à trois paramètres pour arriver à rendre correctement compte du comportement pseudoplastique. La loi de Carreau, qui s'écrit :

$$(2) \quad \eta = \eta_0 \left(1 + \lambda^2 \dot{\gamma}^2 \right)^{\frac{m-1}{2}}$$

avec η_0 la viscosité du plateau newtonien et m, λ deux paramètres de lissage, donne de bons résultats (cf. Fig. 8). Il faut toutefois recourir au calcul numérique même pour des écoulements simples lorsque l'on utilise ce type de loi.

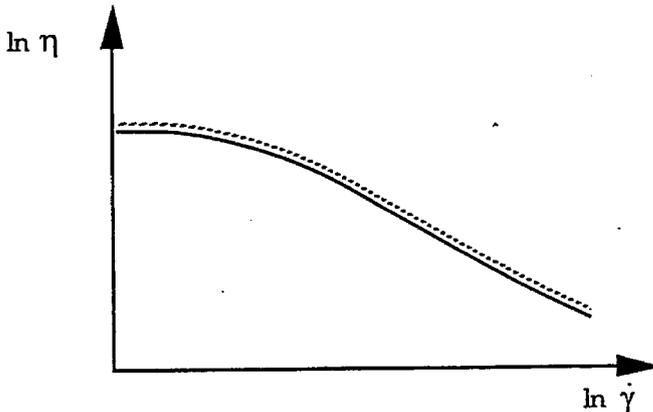


Figure 8 : Lissage de la courbe de viscosité expérimentale par une courbe tirée de la loi de Carreau.

Comme nous l'avons vu précédemment dans le cas des fluides newtoniens, on ne peut pas se contenter de lois scalaires en cisaillement simple mais proposer des expressions sous forme tensorielle de la loi de comportement. La loi d'Ostwald de Waele est un exemple de généralisation de la loi puissance utilisée ci-dessus ; le tenseur des extra-contraintes s'écrit comme :

$$(3) \quad \mathbf{s} = 2K\dot{\gamma}^{m-1}\dot{\mathbf{e}}$$

où l'on a introduit le taux de cisaillement généralisé :

$$(4) \quad \dot{\gamma} = \sqrt{2 \sum_{i,j} \dot{\mathbf{e}}_{ij}^2}$$

On vérifiera aisément qu'en cisaillement simple, on a $\dot{\gamma} = |\dot{\gamma}|$ et que la viscosité équivalente correspond bien à celle donnée par l'Eq. (1). Notons aussi que, pour $m=1$, on retombe sur la loi de comportement newtonienne.

Si l'on reconsidère maintenant l'exemple de la filière d'extrusion du § 1, on peut montrer que la chute de pression pour un écoulement de Poiseuille d'un fluide suivant la loi d'Ostwald de Waele s'écrit :

$$(5) \quad \Delta P = 2KL \left(\frac{2Q(2m+1)}{\rho W m} \right)^m \frac{1}{h^{2m+1}}$$

Avec les mêmes données que précédemment et en prenant $m=0,3$, nous trouvons que la chute de pression vaut : $\Delta P=11,2$ MPa, soit de l'ordre de 30 fois inférieure à la valeur trouvée précédemment. On notera aussi la sensibilité du résultat vis-à-vis de l'indice de pseudoplasticité.

Il est intéressant d'ouvrir à ce niveau une parenthèse sur les lois scalaires en cisaillement simple. Dans de nombreux cas, on trouve que la contrainte de cisaillement peut s'écrire comme une loi puissance du taux de cisaillement :

$$(6) \quad \tau = K\dot{\gamma}^m$$

avec m un scalaire ($0 < m < 1$). Aux extrémités, cette loi permet de représenter les fluides newtoniens ($m=1$) et les solides parfaitement plastiques ($m=0$). Entre ces deux bornes, on retrouve une large gamme de matériaux comme le représente schématiquement la figure 10. Il s'agit là bien sûr d'un schéma simplifié, dont le principal intérêt est de situer les types de comportement et les classes de matériaux entre eux. D'une manière générale, une équation scalaire comme l'Éq. (6) est insuffisante pour décrire le comportement complet d'un matériau. Par exemple, dans le cas des polymères, les propriétés viscoélastiques ne peuvent pas être représentées de cette manière. Dans les deux prochaines sections, nous allons présenter ces propriétés et les moyens de les décrire.

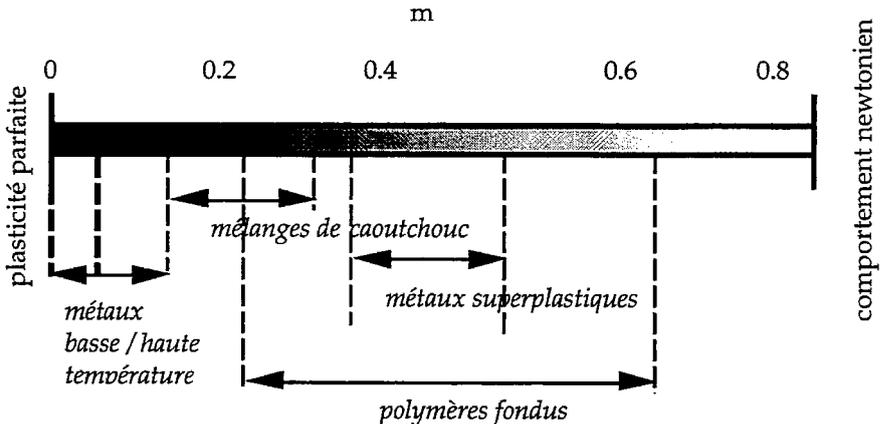


Figure 10 : Représentation synthétique des classes de matériaux en fonction de l'indice de pseudoplasticité.

3. Le comportement viscoélastique des polymères fondus

Les polymères fondus présentent non seulement les caractéristiques d'un comportement pseudoplastique (ou rhéofluidifiant) mais également celles d'un comportement viscoélastique. Plusieurs expériences permettent de mettre en évidence le caractère viscoélastique d'un écoulement de polymères fondus.

La première expérience consiste à appliquer à un fluide au repos un incrément momentané de taux de cisaillement, puis à examiner la relaxation

de la contrainte de cisaillement (cf. Fig. 10). Pour un fluide newtonien, l'établissement et la relaxation sont (quasiment) instantanés alors qu'elles sont retardées pour un fluide viscoélastique. Pour un polymère fondu, le temps de relaxation est de l'ordre de $\theta_1 \approx \theta_2 \approx 10^{-2}$ à 10^2 s, ce qui est à comparer avec le temps de relaxation des fluides newtoniens de l'ordre de 10^{-12} s.

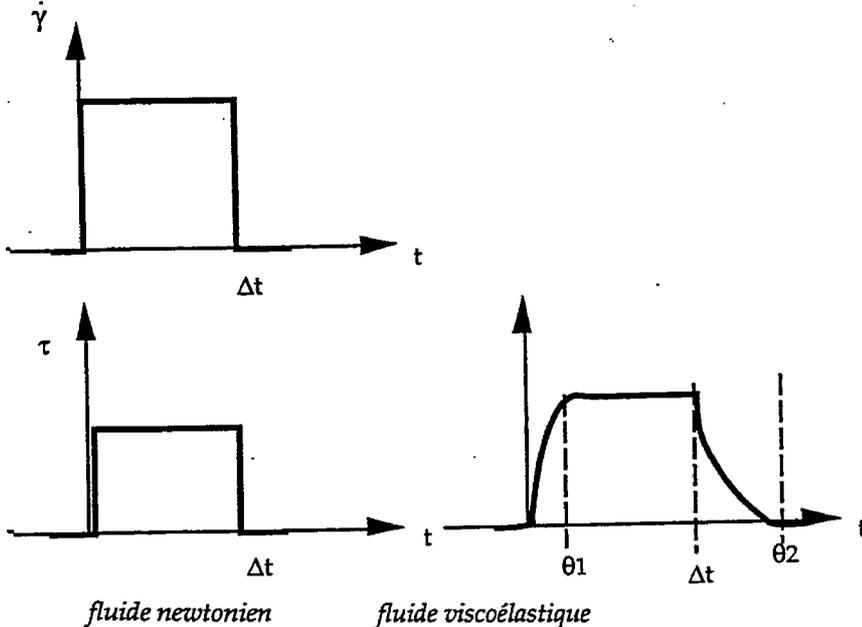


Figure 10 : Mise en évidence de la viscoélasticité lors d'un essai de relaxation.

Une expérience similaire consiste à imposer un créneau de contrainte et à examiner comment les déformations sont recouvrées lorsque l'on cesse d'imposer la contrainte (cf. Fig. 11). Une telle expérience se réalise par exemple en plaçant le fluide dans l'entrefer de deux cylindres coaxiaux. On met le cylindre intérieur en rotation (à vitesse constante) ce qui crée une contrainte de cisaillement au sein du fluide. A $t=0$, on débraye l'arbre de rotation du cylindre de telle sorte qu'aucun couple ne s'applique au fluide. Dans le cas d'un corps purement élastique, la recouvrance est totale. Dans le cas d'un fluide newtonien fortement visqueux (c'est-à-dire que la viscosité est capable de dissiper de manière quasi instantanée l'inertie du fluide), la recouvrance est nulle. Le cas des fluides viscoélastiques est intermédiaire : il y aura recouvrance partielle des déformations. Cette propriété se traduit de manière assez spectaculaire par un retour en arrière du cylindre sous l'action du fluide !

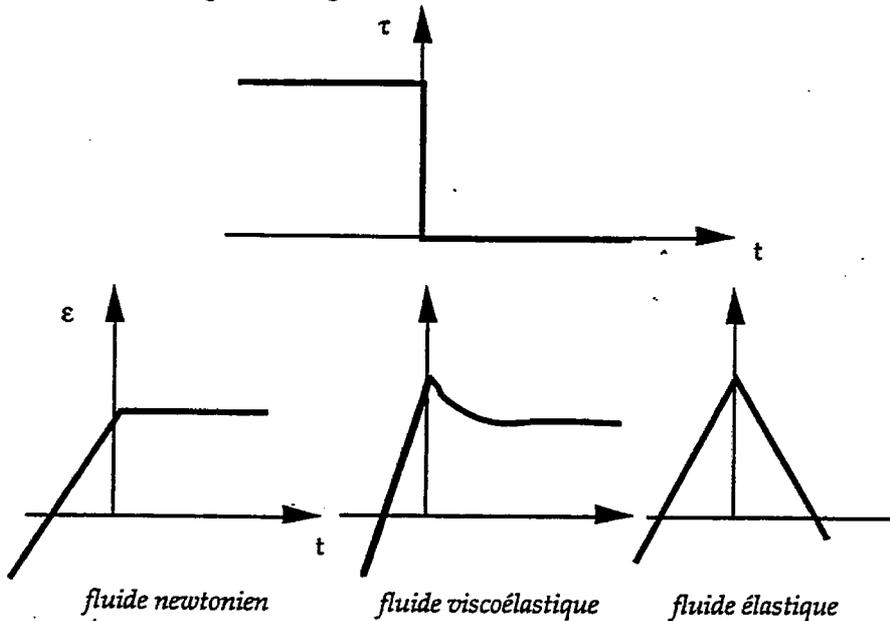


Figure 11 : Mise en évidence de la viscoélasticité lors d'un essai de recouvrance.

La troisième expérience consiste à imposer des sollicitations périodiques en déformation et mesurer les contraintes, notamment le déphasage entre le cycle des déformations et celui des contraintes. Pour un fluide purement élastique, le déphasage est nul tandis qu'il vaut $\pi/2$ pour un fluide newtonien. Pour les fluides viscoélastiques, on trouve de nouveau un comportement intermédiaire avec un déphasage compris entre 0 et $\pi/2$ selon la fréquence de sollicitation. Aux fortes fréquences, c'est le comportement élastique qui l'emporte tandis qu'aux faibles fréquences, c'est le comportement newtonien qui est dominant. On s'attend en conséquence à ce qu'il existe un temps de relaxation intrinsèque au fluide qui délimite la transition visqueuse-élastique.

Les polymères fondus sont caractérisés par d'autres effets non newtoniens que ceux que nous venons de voir. Parmi les effets les plus importants, il faut citer le rôle de la différence de contraintes normales en cisaillement simple. En effet, contrairement aux fluides newtoniens, les différences de contraintes normales ne sont pas nulles. Cela se traduit en sortie de filière par un gonflement important de la section de l'écoulement, comme l'illustre la figure 12. Pour un fluide newtonien, le rapport D/D_0 est constant (environ 1,12) tandis que pour un polymère fondu, il peut atteindre 1,5 voire 3 et dépend en outre des conditions expérimentales (effet de mémoire).

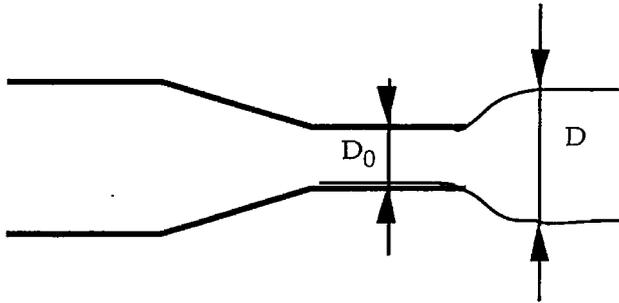


Figure 12 : Gonflement de la surface du fluide en sortie de filière.

Ce sont encore les différences non nulles de contraintes normales qui sont à l'origine de l'effet Weissenberg : quand on met en rotation un cylindre dans un récipient rempli d'un polymère, le fluide remonte le long des parois du cylindre central tournant. De même le cisaillement d'un polymère fondu dans une cellule de rhéomètre torsionnel (plan-plan par exemple) donne naissance non seulement à un couple de frottement mais également à un effort normal qui tend à écarter les plateaux.

Pour représenter les effets viscoélastiques, on a souvent recours à des modèles analogiques de comportement. Il s'agit de disposer des éléments tels que des ressorts (contribution élastique) et des amortisseurs (composante visqueuse) en série et/ ou en parallèle pour obtenir une représentation du comportement dynamique. Les modèles les plus courants d'association d'un élément amortisseur et d'un ressort sont :

- le modèle de Kelvin-Voigt (association en parallèle) ;
- le modèle de Maxwell (association en série).

L'utilisation de modèles analogiques est évidemment un moyen simple et relativement efficace pour bâtir la loi de comportement. Ces modèles macroscopiques peuvent se justifier comme des vues idéalisées de ce qui se passe à l'échelle macromoléculaire : les points d'enchevêtrement en agissant comme autant de petits ressorts sont responsables de la réponse élastique tandis que les interactions à distance (comme les forces de Van der Waals) sont à l'origine du comportement visqueux. Par la suite, nous présenterons le modèle de Maxwell qui reproduit le comportement des polymères fondus (ce qui n'est pas le cas du modèle de Kelvin-Voigt).



Figure 13 : Modèle analogique de Maxwell.

Le modèle de Maxwell (cf. Fig. 13) est constitué d'un montage en série d'un ressort de raideur G et d'un amortisseur η . Ces deux paramètres sont reliés entre eux pour former le temps de relaxation θ du fluide :

$$(1) \quad \theta = \frac{\eta}{G}$$

En écrivant que la déformation résulte de déformations partielles dues au ressort et à l'amortisseur, on aboutit à l'équation dynamique du mouvement :

$$(2) \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{G} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma$$

On montre qu'à partir de cette équation, on retrouve les propriétés précédemment mises en évidence expérimentalement. Par exemple, en imposant un créneau de taux de cisaillement, on trouve après intégration de (2) que la relaxation de la contrainte de cisaillement s'écrit :

$$(3) \quad \begin{cases} t < 0 & \sigma(t) = 0 \\ 0 < t < \Delta t & \sigma(t) = \eta \dot{\varepsilon}_0 (1 - e^{-t/\theta}) \\ t > \Delta t & \sigma(t) = \eta \dot{\varepsilon}_0 e^{-(t-\Delta t)/\theta} \end{cases}$$

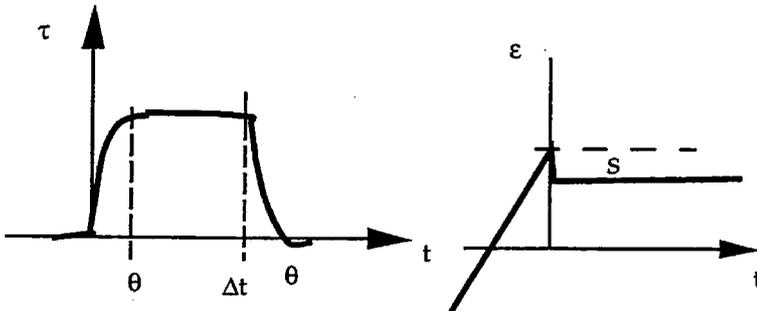


Figure 14 : Courbes de relaxation (à gauche) et de recouvrance (à droite) donnée par le modèle analogique de Maxwell.

De même, lorsqu'on cesse d'imposer une contrainte de cisaillement, il y a une recouvrance partielle de la déformation. Après intégration de l'Eq. (2), on trouve que :

$$(4) \quad s = \varepsilon(t) - \varepsilon(0) = \frac{-\sigma_0}{G} = \text{cte}$$

Enfin, pour examiner la réponse d'un modèle de Maxwell à des sollicitations périodiques, on a intérêt à travailler dans le plan complexe. Les déformations et les contraintes sont de la forme :

$$(5) \quad \varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t} \quad \sigma(t) = \sigma_0 e^{i(\omega t + \delta)}$$

En injectant ces formes dans (2) et en séparant parties réelle et imaginaire, on déduit :

$$(6) \quad \tan \delta = \frac{1}{\theta \omega} \text{ et } \sigma_0 = \frac{\eta \omega}{\sqrt{1 + \theta^2 \omega^2}} \varepsilon_0$$

Le comportement asymptotique des fonctions est le suivant :

- à faibles fréquences ($\omega \theta \ll 1$), le comportement est de type newtonien, avec -

$$(7) \quad \delta \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad \sigma_0 \rightarrow \eta \omega \varepsilon_0 \approx \eta \dot{\varepsilon}_0$$

- à fortes fréquences ($\omega \theta \gg 1$), le comportement est de type élastique, avec

$$(8) \quad \delta \rightarrow 0 \quad \sigma_0 \rightarrow G \varepsilon_0$$

Tous ces éléments sont en accord, au moins sur le plan qualitatif, avec les expériences réalisées sur des polymères fondus. Cela peut servir à justifier l'intérêt et la pertinence du modèle analogique de Maxwell. Toutefois, le travail pour aboutir à la loi de comportement n'est pas achevé à ce stade puisque l'on ne dispose pas encore à ce niveau d'une formulation tensorielle de la loi de comportement. Celle-ci s'obtient en généralisant l'équation dynamique (2). Une petite difficulté d'ordre technique est soulevée lors de cette généralisation. En effet, dans l'équation (2), on fait intervenir un taux de contrainte ; on s'attend à ce que l'équation généralisée fasse également appel à un tenseur taux de contrainte. Or un tel tenseur n'est pas objectif et son utilisation dans une loi de comportement amènerait à violer le principe d'indifférence matérielle (ou d'objectivité). D'après ce principe, la loi de comportement ne doit pas dépendre du repère dans lequel on est amené à écrire ses composantes ; entre autres, elle doit rester invariante par rotation. Considérons un changement de repère par rotation et désignons par \mathbf{Q} le tenseur orthogonal de passage ; le tenseur des contraintes dans le nouveau repère s'écrit $\sigma' = \mathbf{Q} \sigma \mathbf{Q}^t$. La dérivée temporelle donne :

$$(9) \quad \dot{\sigma}' = \mathbf{Q} \dot{\sigma} \mathbf{Q}^t + \Omega \sigma' - \sigma' \Omega$$

avec $\Omega = \dot{\mathbf{Q}} \mathbf{Q}^t$. Il s'ensuit que le taux de contrainte ainsi défini n'est pas un tenseur objectif. Pour contourner cette difficulté, il faut donc utiliser des dérivations par rapport au temps qui éliminent les rotations parasites. A cet effet, on construit des dérivées dites *objectives* en se plaçant dans un repère lié à l'écoulement convenablement choisi. Une manière de faire consiste à introduire le tenseur lagrangien et à définir la dérivée dite convective contravariante (ou d'Oldroyd) par :

$$(10) \quad \frac{\delta \sigma}{\delta t} = \dot{\sigma} - \mathbf{L} \sigma - \sigma \mathbf{L}^t$$

avec \mathbf{L} le tenseur gradient de vitesse. Par ce biais, on rend compatible aux grandes déformations une loi initialement donnée en petites déformations. La loi de comportement s'écrit sous la forme différentielle suivante (liant le tenseur des extra-contraintes et le tenseur des taux de déformation) :

$$(11) \quad s + \theta \frac{\delta s}{\delta t} = 2 \eta \dot{\varepsilon}$$

(On prendra garde que, dans le cas présent et contrairement au fluide newtonien, le tenseur des extra-contraintes ne correspond pas à la partie déviatorique du tenseur des contraintes ; notamment nous n'avons pas $\text{tr } \mathbf{s}=0$). Le lecteur pourra vérifier à titre d'exercice que cette forme est compatible avec les expériences de cisaillement simple en régime permanent ou sous sollicitations périodiques. Par ailleurs, on tire de l'équation (11) que, pour un écoulement simplement cisailé en régime permanent, la première différence de contraintes normales n'est pas nulle :

$$(12) \quad N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = 2\eta\dot{\gamma}^2$$

ce qui traduit le caractère non newtonien de l'écoulement, alors que la contrainte de cisaillement est toujours linéaire vis-à-vis du taux de cisaillement :

$$(13) \quad \tau = \eta\dot{\gamma}$$

Naturellement, la loi de comportement ainsi construite ne rend compte que des propriétés viscoélastiques des polymères fondus et ne permet pas de représenter leur comportement pseudoplastique. D'autres lois de comportement ont été proposées ; on peut citer par ordre de complexité :

- les modèles issus de la mécanique rationnelle où le fluide polymère est assimilé à un fluide du second ordre (Rivlin-Ericksen) ;
- les lois intégrales comme celle proposée par Bernstein, Kearsley et Zapas ("BKZ") ;
- les modèles analogiques, dans lesquels la viscosité équivalente suit une loi puissance (du type Eq. (1) au § 2. On peut citer le modèle de White - Metzner ;
- enfin les modèles moléculaires construits à partir d'une analyse microstructurale du comportement. Pour les polymères fondus, on peut citer parmi les plus connus les modèles de Curtiss-Bird, Doi-Edwards ou encore les travaux de De Gennes.

4. Les techniques de mesure

Le comportement rhéologique des matériaux est généralement étudié expérimentalement à travers des essais en cisaillement simple, plus rarement en élongation. Parmi les essais usuellement pratiqués en rhéométrie des polymères, on peut citer : le rhéomètre capillaire et le rhéomètre cône-plan. En dehors de ces essais en régime permanent, des essais en régime transitoire oscillant sont également réalisés principalement pour caractériser les propriétés viscoélastiques du matériau étudié. La caractérisation du comportement rhéologique en élongation est plus délicate à mettre en œuvre. Ces différents points sont détaillés ci-après.

Le rhéomètre capillaire est un simple tube muni d'une constriction (voir Fig. 15). L'essai consiste à imposer un débit de fluide Q et à mesurer la différence de pression ΔP de part et d'autre du resserrement. La contrainte de cisaillement se déduit de la mesure de pressions :

$$(1) \quad \tau = D \frac{\Delta P}{4L}$$

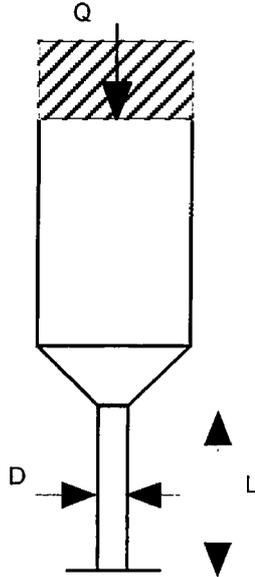


Figure 15 : schéma de principe d'un rhéomètre capillaire

Le taux de cisaillement (formule de Rabinowitsch) s'écrit comme :

$$(2) \quad \dot{\gamma} = \frac{3m+1}{2m} \frac{8Q}{\pi D^3}$$

avec m la pente logarithmique suivante :

$$(3) \quad m = \frac{d \log \tau}{d \log \frac{4Q}{\pi R^2}}$$

Un exemple de traitement est donné par la figure 16, où on a reporté la variation de la viscosité en fonction du taux de cisaillement pour du polyéthylène basse densité linéaire à une température de 150°C. Une difficulté rencontrée dans l'utilisation du rhéomètre capillaire dans le cas des polymères est que, contrairement aux fluides newtoniens, il peut y avoir glissement aux parois. Un tel phénomène se met facilement en évidence en reportant sur un même graphique les courbes de viscosité établies pour différents diamètres de capillaire : lorsque tous les points expérimentaux ne

tombent pas sur une courbe maîtresse mais forment un faisceau de courbes parallèles, alors on peut supposer l'existence d'un glissement aux parois. Pour identifier cette vitesse de glissement, des méthodes de correction ont été proposées. Par exemple, celle de Mooney consiste à réaliser des expériences avec différents diamètres de capillaire ; on trace les rhéogrammes résultant de ces essais à l'aide des équations (1) et (2) ; le taux de cisaillement calculé par (2) sera qualifié d'apparent (voir Fig. 17). En supposant que la vitesse de glissement est indépendante de la pression et de la géométrie du capillaire, on peut déduire la part de débit due au glissement pariétal et la part due au cisaillement au sein du fluide :

$$(4) \quad Q_{\text{total}} = Q_g + Q_{\text{cis.}}$$

Le taux de cisaillement apparent s'en déduit facilement :

$$(5) \quad \dot{\gamma}_{\text{app.}} = \frac{8}{\pi D^3} (Q_g + Q_{\text{cis.}}) = \dot{\gamma}_g + \dot{\gamma}_{\text{cis.}}$$

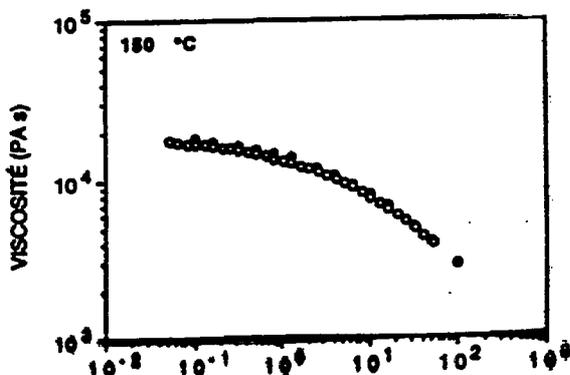


Figure 16 : courbe de viscosité du polyéthylène basse densité linéaire.

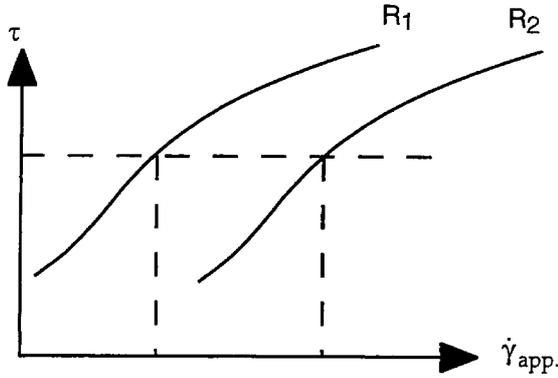


Figure 17 : définition du taux de cisaillement apparent pour une contrainte de cisaillement donnée.

Or, on a aussi par définition :

$$(6) \quad Q_g = \frac{\pi D^2}{4} V_g$$

En reportant (6) dans (5), on aboutit à :

$$(7) \quad \dot{\gamma}_{app} = \frac{2}{D} V_g + \dot{\gamma}_{cis.}$$

Autrement dit, si l'on reporte le taux de cisaillement apparent (pour une contrainte de cisaillement donnée) en fonction de $1/D$, la courbe expérimentale résultante doit s'approcher d'une droite de pente $2 V_g$ et d'ordonnée à l'origine $\dot{\gamma}_{cis.}$, ce qui permet de déterminer expérimentalement la valeur de V_g .

D'autres types de rhéomètre peuvent être utilisés. Le rhéomètre plan-cône est souvent utilisé, notamment parce qu'il permet de mesurer la première différence de contraintes normales (outre la contrainte de cisaillement) et d'effectuer des essais dynamiques (oscillants). Sur la figure 18, on reporte un exemple intéressant de courbe maîtresse qui montre que la première différence de contraintes normales varie en fonction de la contrainte de cisaillement indépendamment de la température (dans la gamme de températures testées). En revanche, les courbes expérimentales liant la première différence de contraintes normales et le taux de cisaillement dépendent de manière significative de la température, comme l'illustre la figure 19.

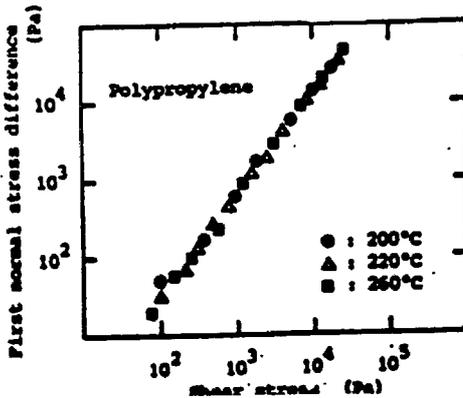


Figure 18 : relation entre la première différence de contraintes normales et la contrainte de cisaillement pour du polypropylène fondu pour différentes températures. Essais réalisés au plan-cône en régime permanent.

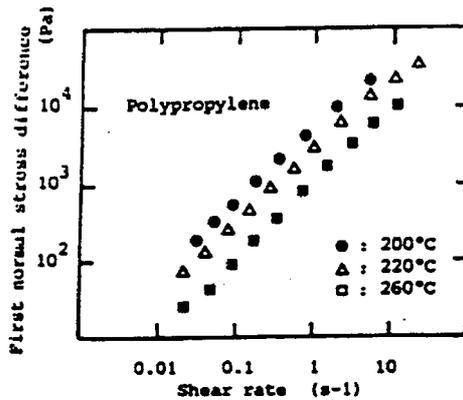


Figure 19 : relation entre la première différence de contraintes normales et le taux de cisaillement. Mêmes essais que pour la figure 18.

Les essais de caractérisation en rhéomètre élongationnel sont plus difficiles à réaliser et délicats à interpréter. Sur la figure 20, on reporte l'évolution de la viscosité élongationnelle en régime transitoire pour du polyéthylène basse densité pour différentes vitesses élongationnelles. On remarquera que la viscosité élongationnelle adimensionnelle est très loin de la valeur 3, qui correspond aux fluides newtoniens. Pour illustrer la difficulté liée à l'interprétation des essais en élongation simple, on reporte dans la figure 21

les domaines de variation de la viscosité élongationnelle trouvés expérimentalement par différentes équipes de chercheurs pour un même fluide-modèle (il s'agit ici d'un polymère en solution, ce qui explique la dispersion des résultats). Notons que les résultats s'étendent sur trois ordres de grandeur !

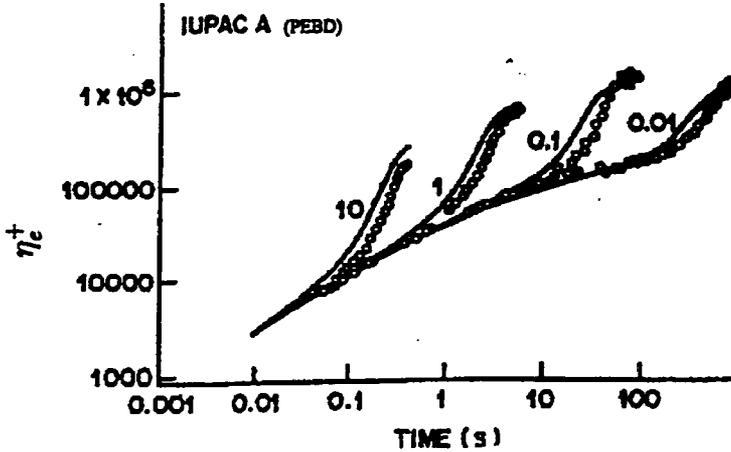


Figure 20: évolution de la viscosité élongationnelle pour différentes vitesses d'élongation.

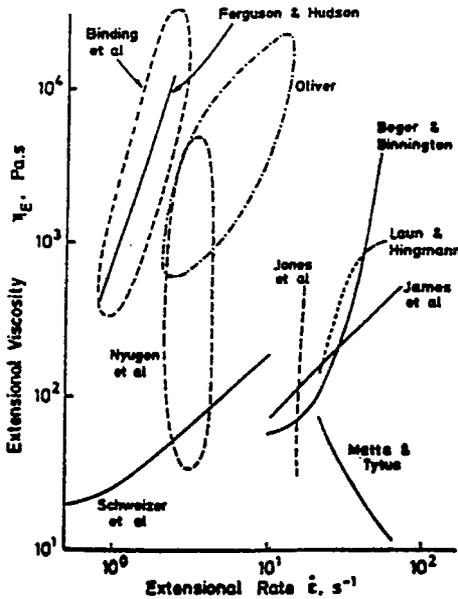


Figure 21: mesures de viscosité élongationnelle pour un même fluide-modèle selon différents auteurs.

Enfin, pour terminer cet exposé, il convient de citer un certain nombre de nouvelles techniques expérimentales. Tout d'abord, l'utilisation des propriétés biréfringentes de certains polymères transparents a permis de visualiser la distribution des contraintes au sein de l'écoulement (relevé d'isochromes). Couplée à des méthodes de calcul numérique, cette approche expérimentale permet de valider ou d'affiner les modèles de loi de comportement. Des progrès significatifs ont également été réalisés dans l'élaboration de nouveaux tests rhéométriques plus complexes que les essais en cisaillement simple, tels que l'étirage biaxial et l'écoulement convergent. Enfin, les méthodes d'interprétation des mesures ont bénéficié du développement des méthodes numériques inverses, qui permettent de déduire les caractéristiques rhéologiques des mesures réalisées sur des géométries d'écoulement complexe. L'utilisation de ces méthodes s'est révélée très pertinente pour l'interprétation des mesures de biréfringence.

Thème : rhéologie des polymères fondus

Le débat a été retranscrit par Christophe Ancey.

Question de P. COUSSOT : Votre exposé a porté sur les polymères fondus. Qu'en est-il avec les polymères en suspension ou en solution ?

Réponse de J.-F. AGASSANT : Le plus souvent dans les cas pratiques (en dehors des polymères fondus), ce sont des polymères en solution qui nous intéressent. Dans ce cas, les effets microstructurels sont exacerbés par rapport au cas des polymères fondus et de ce fait, on aboutit à une grande complexité à l'échelle macroscopique.

Question de M. MEUNIER : Rencontre-t-on des fluides à seuil chez les polymères fondus ?

Réponse de J.-F. AGASSANT : Oui, certains mélanges peuvent présenter un seuil de contrainte. On peut citer par exemple un mélange de caoutchouc et de silice. L'existence d'un seuil est conditionnée par la présence suffisante de charges (il faut que la concentration en charges soit supérieure à un seuil de percolation). Le domaine des fluides polymériques à seuil demeure un domaine à l'heure actuelle peu exploré.

Question de G. ALVAREZ : Existe-t-il un second plateau newtonien pour la viscosité ?

Réponse de J.-F. AGASSANT : Il n'a pas été observé expérimentalement à ma connaissance. Cela ne veut pas dire qu'il n'existe pas. Il faut savoir qu'à l'heure actuelle, la technologie des rhéomètres ne permet guère de dépasser des taux de cisaillement de $10\,000\text{ s}^{-1}$.

Question de C. DUQUENNOI : La cristallisation a-t-elle une influence ?

Réponse de J.-F. AGASSANT : En général, dans les conditions expérimentales dans lesquelles on se place, cette question n'a pas de sens puisqu'on cherche à travailler dans des gammes de températures telles qu'on ait affaire à des polymères fondus sans structure cristalline. Cela étant dit, il faut savoir que les domaines de température pour lesquelles de telles structures apparaissent sont peu explorés. Cela tient à ce que, d'une part, du point de vue phénoménologique, les phénomènes apparaissent comme complexes et d'autre part, sur un plan expérimental, on maîtrise actuellement mal la cinétique de cristallisation. Du point de vue pratique, ce problème est d'importance puisqu'on le rencontre dans un certain nombre de processus industriels. Je citerai par exemple le moulage de matières plastiques : dans la fabrication de coques plastiques (chaussures de ski),

on injecte dans un moule des polymères fondus. Au contact avec les parois froides du moule, il y a nucléation au sein de la phase fluide. Un tel processus est encore mal connu.

Question de M. MEUNIER : Pouvez-vous préciser les perspectives de la rhéologie en tant que science et enseignement ?

Réponse de J.-F. AGASSANT : Tout d'abord, je crois qu'il est important de rappeler que la rhéologie est une branche de la mécanique des milieux continus. Cela est vrai tant du point de vue de sa filiation, de son histoire que des concepts qu'elle manipule. Il faut beaucoup se méfier du détournement de sens opéré en France : beaucoup considèrent la rhéologie comme un domaine rattaché à une branche particulière de la mécanique, comme la résistance des matériaux ou bien encore l'hydrodynamique. Répétons le : la rhéologie est une composante à part entière de la mécanique des milieux continus. De ce point de vue, l'enseignement de la rhéologie me semble indissociable de l'enseignement de la mécanique des milieux continus classique. La rhéologie, en tant que science, a beaucoup évolué ces dernières années. Des développements particulièrement intéressants et féconds sont à souligner : je citerai par exemple les approches microstructurelles, comme celle proposée par P. G. de Gennes pour les polymères, l'utilisation de descripteurs de structure plus pertinents, ou bien encore l'incursion dans la thermodynamique.

Question de C. ANCEY : Dans votre exposé sur les procédures expérimentales, vous citez l'utilisation possible de techniques telle que la photoélasticimétrie. En élasticité isotrope, la détermination des contraintes à partir des isochromes nécessite d'utiliser la loi linéaire de Maxwell-Neumann qui relie le retard optique et le second invariant du tenseur des contraintes. Pour des matériaux à réponse non linéaire comme les polymères, peut-on continuer à utiliser une telle loi ?

Réponse de J.-F. AGASSANT : Naturellement, pour appliquer les techniques de photoélasticimétrie aux polymères, il a fallu étudier le couplage entre le déphasage des ondes polarisées et les contraintes. Une étude expérimentale minutieuse a été menée en France notamment par Bruno VERGNES dans le cadre d'un GdR. Elle a permis de montrer comment on peut exploiter les propriétés de biréfringence pour estimer les contraintes au sein de matériaux polymériques.

Question de M. MEUNIER : Vous avez cité l'intérêt des modèles numériques et des méthodes *inverses* pour le calage de paramètres. Combien de paramètres peut-on raisonnablement caler par ces méthodes ?

Réponse de J.-F. AGASSANT : Il faut se limiter à deux ou trois paramètres.

Rhéologie et génie des procédés en agroalimentaire

Maîtrise rhéologique de procédés complexes de transformation de bioproduits¹

Rheological control of complex processes involved in bioproduct transformation

Lionel Choplin

Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques de Nancy, chaire industrielle de génie chimique des milieux complexes, Laboratoire Gemico, 1 rue Grandville 54000 Nancy.

Souvent hétérogènes les produits rencontrés dans les industries biologiques et alimentaires sont caractérisés par une rhéologie complexe, voire évolutive. Ainsi, depuis les étapes de formulation jusqu'à l'obtention du produit final, les comportements rhéologiques peuvent varier considérablement depuis le fluide visqueux linéaire (newtonien) jusqu'au solide élastique linéaire (hookéen) en passant par toute la panoplie des comportements intermédiaires non linéaires et complexes. L'optimisation d'un procédé de transformation et de la qualité d'un produit requiert sinon la maîtrise, du moins la connaissance de la rhéologie du produit au cours de chaque étape intermédiaire.

La rhéologie est un des outils incontournables de l'étude des systèmes complexes car elle rend compte, à une échelle macroscopique, de phénomènes se produisant à une échelle microscopique, voire moléculaire, en particulier au niveau structural. Cependant, l'étude rhéologique est ici rendue compliquée par une série de particularités (non exclusives aux bioproduits) : ce ne sont pas des milieux continus, ils présentent des hétérogénéités structurales de tailles non négligeables et sont particulièrement sensibles à l'histoire thermomécanique subie. En conséquence, les géométries d'étude standard (cône-plan, plans parallèles, cylindres concentriques) et les analyses rhéologiques par prélèvement ne sont pas appropriées.

Nous proposons d'effectuer un suivi rhéologique *in situ* au cours d'un procédé de transformation. Cette approche se fonde sur la reproduction ou la simulation, au sein de mini- ou microréacteurs couplés avec des rhéomètres sophistiqués, de l'intégralité ou d'une partie d'un procédé. Cette stratégie relève de ce qu'on pourrait appeler une *rhéologie systémique* (intégrant les connaissances et méthodes du génie des procédés et celles de la rhéologie), et le rhéomètre ainsi équipé devient alors un rhéomètre de procédé.

L'illustration de cette stratégie ou méthodologie sera présentée dans le cas particulier d'un réacteur agité. La première partie sera consacrée à la quête

¹ Cet article a été publié avec l'aimable autorisation de la revue Biofutur, dont il a été extrait (*Biofutur* 168 (1997) 4-6).

d'informations rhéologiques pertinentes pour le procédé, tandis que la seconde partie concernera le suivi rhéologique *in situ*.

1. Informations rhéologiques de procédé

Considérons un réacteur (voir figure 1) constitué d'une cuve cylindrique et d'un système d'agitation (de préférence un agitateur de proximité pour les milieux fortement visqueux). En régime permanent et laminaire, la procédure dite de Metzner-Otto [1, 2] permet pour chaque vitesse de rotation, N (de la cuve), et pour chaque mesure correspondante du couple résistant, C , de calculer une viscosité effective ou de procédé, η_p , via une calibration préalable avec des fluides newtoniens.

Cette viscosité $\eta_p(N)$ n'est pas une viscosité absolue (le champ de vitesse de déformation $[\dot{\gamma}]$ n'est pas homogène dans le réacteur) mais une viscosité relative. La représentation $\eta_p(N)$ constitue donc une courbe d'écoulement relative ou encore un rhéogramme relatif.

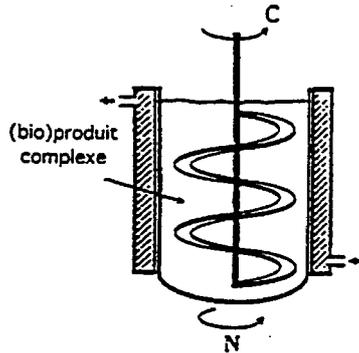


Figure 1 : Mini rhéo-réacteur pour le suivi *in situ*.

La figure 2 permet de comparer le rhéogramme relatif et le rhéogramme absolu, ce dernier ayant été obtenu, avec le même rhéomètre muni d'une configuration géométrique d'étude conventionnelle (plans parallèles), pour un produit alimentaire complexe. Une translation horizontale donne la possibilité de superposer les deux rhéogrammes ; en d'autres termes, pour le système cuve-agitateur et le bioproduit étudié, il existe une relation de proportionnalité entre la vitesse de déformation effective ou de procédé $\dot{\gamma}_p$ et la vitesse de rotation, N . Cette relation est d'ailleurs connue sous le nom d'hypothèse de Metzner-Otto. Ces corrélations empiriques (3) permettent de déterminer K_s , donc de transformer un rhéogramme relatif en rhéogramme absolu. Le rhéogramme relatif $\eta_p(N)$ n'en demeure pas moins une signature du comportement visqueux.

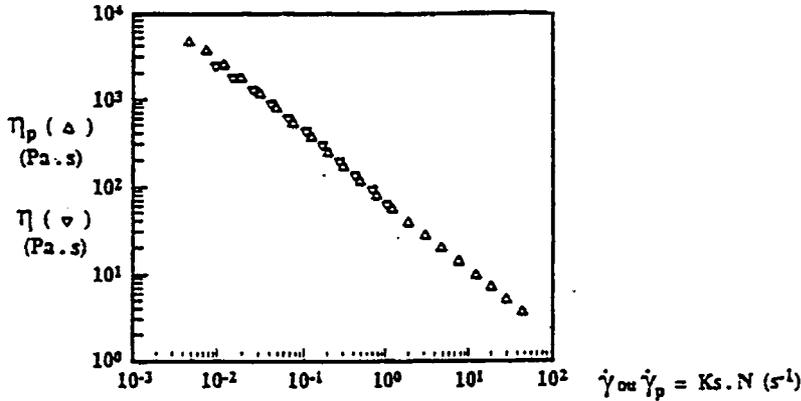


Figure 2 : comparaison des rhéogrammes absolu et relatif de la mayonnaise.

Si la cinématique imposée au niveau de la cuve consiste en une déformation oscillatoire de faible amplitude non destructive (c'est-à-dire dans les limites de viscoélasticité linéaire), le couple transmis à l'axe de l'agitateur peut être analysé en termes d'une composante C' et d'une composante C'' , respectivement en phase et en quadrature de phase avec la déformation imposée [2].

Les spectres mécaniques relatifs (ou de procédé) ainsi obtenus reflètent l'état de structure du produit étudié, de la même façon que l'analyse spectroscopique mécanique conventionnelle (par exemple en géométrie plans parallèles) comme le montre la *figure 3*. Là encore, une simple translation (cette fois verticale), permet de superposer les spectres mécaniques relatif et absolu. Ainsi, C' et C'' peuvent être considérées comme des fonctions matérielles systémiques et constituent la signature de l'état de structure du produit.

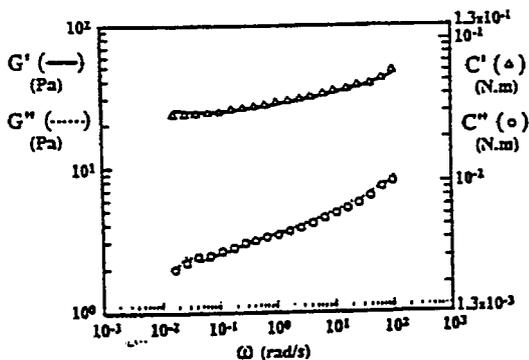


Figure 3 : comparaison des spectres mécaniques relatif et absolu de la mayonnaise.

2. Suivi rhéologique *in situ*

L'opération unitaire de mélange est très répandue dans nombre de procédés complexes de transformation. Elle peut consister à mélanger des produits miscibles, disperser des liquides non miscibles ou des solides dans un liquide, remettre en suspension des particules solides ayant sédimenté, etc. La mesure du couple C , dans des conditions d'agitation données, permet l'accès à des grandeurs macroscopiques fondamentales telles que la puissance consommée, les temps de macromélange (t_m) et de circulation (t_c) au sein du réservoir agité (voir figure 4) [4]. Elle permet également d'appréhender les démarrages ou les conditions de réhomogénéisation (en particulier lorsque les milieux sont viscoélastiques) et la détermination des conditions d'incorporation séquentielle d'additifs modificateurs de rhéologie. Ces informations sont particulièrement utiles aux formulateurs pour la transposition de protocoles de préparation. De plus, entre les différentes étapes d'une formulation on peut insérer des analyses rhéologiques qui renseignent sur les évolutions de structure et sur l'influence des conditions d'incorporation des ingrédients. On pourrait alors parler d'une formulation assistée par rhéologie.

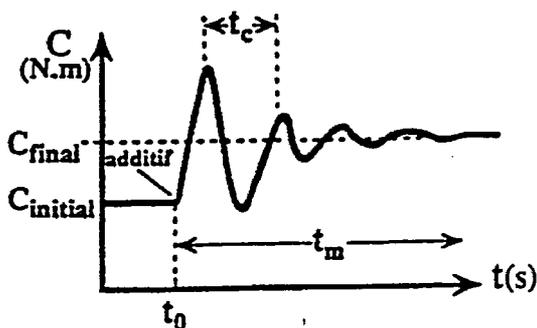


Figure 4 : Détermination de t_m et de t_c par mesure du couple C

Lorsque les additifs modificateurs de rhéologie agissent de façon plus profonde sur le milieu (réactions chimiques, modifications physiques ou physico-chimiques), le suivi rhéologique *in situ* peut se révéler être un outil fort intéressant pour l'étude cinétique des mécanismes mis en jeu, à condition que la cinétique d'évolution rhéologique soit relativement lente par rapport au temps d'homogénéisation des conditions propices à la cinétique

d'évolution rhéologique. Ce temps d'homogénéisation peut être : le temps de macromélange (s'il s'agit de disperser un réactif ou un catalyseur), le temps de mise en température dans le cas de certaines réactions chimiques (réticulation...) ou d'un processus de gélification. Les mini- ou microréacteurs présentent l'avantage de permettre un contrôle thermique relativement aisé. Grâce à la spectroscopie mécanique à transformée de Fourier, on peut maintenant effectuer non seulement un suivi de cinétiques d'évolution rhéologique relativement rapides, mais surtout étudier celles-ci sur une plage de fréquences plutôt qu'à une fréquence unique. Cette possibilité permet une détermination précise du point de gel [5, 6]. Bien entendu, il est aussi possible d'analyser l'influence des conditions d'incorporation sur les cinétiques d'évolution rhéologique. Dans certains cas, les interactions ou associations sont induites par des déformations ou des écoulements.

3. Application à un procédé d'émulsification

Considérons le procédé d'émulsification permettant l'obtention d'une émulsion d'huile dans de l'eau, dans des conditions de température contrôlée. Pour une formulation donnée, le comportement rhéologique et la stabilité constituent les propriétés clés de l'émulsion. Elles sont fortement liées, de façon semi-quantitative, à la taille et à la distribution de taille des gouttelettes, ces deux derniers paramètres étant eux-mêmes fonction des conditions opératoires du procédé [7]. Maîtriser ou contrôler les propriétés du produit final via le suivi rhéologique *in situ* permet de s'affranchir des difficultés inhérentes à la détermination de la distribution de taille des gouttelettes dans une émulsion opaque.

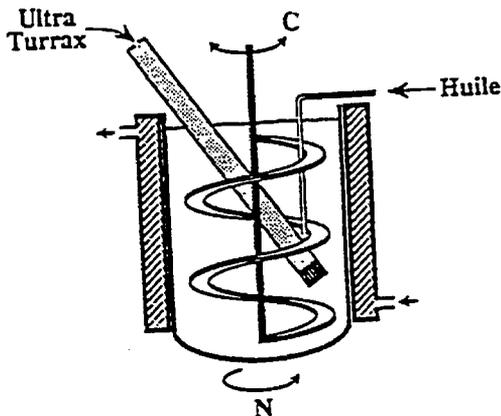


Figure 5 : Mini-réacteur pour le suivi *in situ* d'une émulsification

La *figure 5* représente de façon schématique le mini-réacteur dans lequel plonge l'outil d'émulsification (rotor-stator Ultra-Turrax). La phase huile est introduite progressivement dans la phase aqueuse au voisinage du rotor-stator. L'agitateur de proximité (ruban hélicoïdal, ancre...) assure un macromélange adéquat et une bonne homogénéisation thermique au sein du volume utile du réacteur et pendant tout le procédé. Il permet également de resserrer la largeur de la distribution de l'histoire des contraintes subies par le milieu qui alimente le rotor-stator. Son action est déterminante pour l'atteinte d'un comportement rhéologique d'équilibre, caractéristique d'une distribution de taille d'équilibre des gouttelettes. Finalement, outre le suivi rhéologique *in situ* au moyen de l'évolution du couple, un spectre mécanique relatif peut être réalisé au terme du procédé d'émulsification, directement au sein du microréacteur, afin d'évaluer la qualité de l'émulsion obtenue ainsi que sa stabilité.

Références bibliographiques

- [1] A.B. Metzner et R.E. Otto (1957) *A. I. Ch. E. J.* 3 (1) 3.
- [2] L. Choplin et P. Marchal (1995), in *Proceedings 12th international congress on rheology* (A. Ait-Kadi *et al.* Eds), pp. 663-665.
- [3] E. Brito de la Fuente *et al.* (1992) *A. I. Ch. E. J. Symp. Ser.* 296 (88) 28.
- [4] S. Nagata (1975), « *Mixing : principles and applications* », J. Wiley & Sons, New-York , Etats-Unis.
- [5] M. In et R. K. Prud'homme (1983) *Rheol. Acta* (32) 556.
- [6] J.L. Doublier *et al.* (1996), in *Proceedings 12th international congress on rheology* (A. Ait-Kadi *et al.* Eds), pp 843-844.
- [7] DC Peters (1992) « *Dynamics of emulsification, mixing in the process industries* », N. Hainby *et al.* Eds, 2nd Edition. Butterworth-Heinemann Ltd. Royaume-Uni.

Caractérisation rhéologique d'un fluide frigoporteur diphasique : « coulis de glace » glace + eau + éthanol

Rheological properties of a two phase heat carrier : "Ice slurry" ice + water + ethanol

Ben Lakhdar, M.A.,^(*) Guilpart, J.,^(*) Lallemand, A.,^(**)

^(*) CEMAGREF division GPAN. Parc de Tourvoie. BP44. 92163 ANTONY CEDEX

^(**) INSA. Centre de Thermique. 20 av. Albert Einstein. 69621 VILLEURBANNE CEDEX

Résumé : Afin de réduire l'utilisation des fluides frigorigènes nuisibles à la couche d'ozone de la planète, on s'intéresse à l'emploi des fluides dits naturels. Parmi ceux-ci, les fluides frigoporteurs diphasiques tels que le « coulis de glace » constitué de glace, d'eau et d'éthanol présente de nombreux avantages. Ce mélange diphasique est utilisé à l'heure actuelle comme un fluide frigoporteur dans des installations frigorifiques telles que les chambres froides ou les meubles frigorifiques de vente. Afin d'avoir une meilleure connaissance du couplage hydrodynamique-thermique au cours de la fabrication et de l'utilisation des « coulis de glace », une caractérisation thermique et rhéologique est absolument nécessaire. Une étude expérimentale a été effectuée afin de caractériser le comportement rhéologique d'un « coulis de glace ». Ce dernier est produit par un échangeur de chaleur à surface raclée équipée d'un rotor muni de deux lames, qui assure le raclage des cristaux de glace formés au niveau de la paroi d'échange avec une vitesse comprise entre 100 et 700 tr.min⁻¹. Il permet de produire un « coulis de glace » dont la concentration en cristaux de glace peut varier entre 0 et 28 %. Le comportement rhéologique est considéré être comme celui des suspensions et on utilise la viscosimétrie tubulaire pour la caractérisation rhéologique. L'équation de Rabinowitsch-Mooney a été utilisée en effectuant les corrections nécessaires pour les fluides non-newtoniens. Le comportement rhéologique est newtonien jusqu'à une concentration de 6% en glace. Pour des concentrations supérieures, le comportement est de type Oswald (loi de puissance). L'indice de comportement à l'écoulement et l'indice de consistance présentent une forte dépendance vis-à-vis la concentration en glace.

Abstract: In order to minimize the use of HCFC refrigerants considered as harmful to the ozone layer of the planet, "natural refrigerants" are frequently used in the last years. Ice slurry is a new "natural refrigerant" alternative specially in the supermarket refrigerating plants. In order to obtain a better knowledge on flow and thermal transfer during ice slurry generation and utilisation in heat exchangers, rheological properties should be determined. An experimental work was performed in order to determine the rheological behavior of ice slurry generated by a scraped surface heat exchanger. This device allows to obtain ice slurry concentration from 0 to 28%. Ice slurry is considered as a suspension from rheological behavior point of view. Tubular viscometer has used in order to obtain rheological properties. Pressure drop is related to flow rate using Rabinowitsch Money equation, adapted correction have been performed for non-newtonian fluids.

1. Introduction

Dans le dessein d'une amélioration du confinement et de la minimisation de la charge en fluides frigorigènes (protocole de Montréal et ses amendements), les systèmes de production de froid peuvent avantageusement faire appel à

la technologie des fluides frigoporteurs (mono ou diphasique). Parmi les différentes solutions disponibles, les frigoporteurs diphasiques solide-liquide tel que les coulis de glace présentent de nombreux avantages :

- forte enthalpie volumique grâce à la chaleur latente mise en jeu ;
- faible variation de température le long des circuits de distribution de froid ;
- possibilité d'atteindre des basses températures selon la nature et la concentration du couple solvant/soluté.

Ces fluides sont utilisés dans les installations comme les chambres froides ou les meubles frigorifiques de vente. En raison de caractéristiques thermophysiques et technologiques intéressantes, le mélange eau-éthanol est le plus souvent cité. Une étude bibliographique [1-3] montre un manque de connaissance sur le comportement thermique et rhéologique des fluides frigoporteurs diphasiques.

La caractérisation du comportement rhéologique des fluides frigoporteurs diphasiques est d'une importance fondamentale pour l'étude des lois d'écoulement et de transfert thermique. La viscosité apparente du fluide (μ_{app}) intervient en effet dans la caractérisation du régime d'écoulement ($Re = \rho \cdot V \cdot D / \mu_{app}$) ainsi que dans la formulation des coefficients de transfert de chaleur dans différentes configurations ($Nu = a \cdot Re^\alpha \cdot Pr^\beta$ avec $Pr = \mu_{app} \cdot Cp / \lambda$). En ce qui concerne les suspensions solide/liquide, la caractérisation de ce paramètre fondamental au moyen d'appareils classiques (viscosimètre à cône ou à cylindre) se heurte au problème de l'homogénéité de la suspension (sédimentation rapide). Afin d'éviter ce problème, nous proposons d'utiliser un viscosimètre tubulaire (rhéomètre d'Oswald).

L'objectif de cette étude est de contribuer à l'amélioration de la connaissance des caractéristiques thermophysiques et de transport du coulis de glace (glace+eau+éthanol). En effet, les performances thermiques des frigoporteurs diphasiques dépendent en grande partie des caractéristiques rhéologiques du coulis pendant son transit dans les divers échangeurs.

2. Installation expérimentale

2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est composé des éléments suivants (*figure 1*) :

- d'une boucle de production du coulis de glace constituée d'un échangeur de chaleur à surface raclée (E.C.S.R) permettant la génération du coulis de glace [4, 5]. Au sein de l'ECSR, un rotor muni de deux lames assure le raclage des cristaux de glace formés au niveau de la paroi d'échange avec une vitesse comprise entre 100 et 700 tr.min⁻¹. Cette boucle utilise comme fluide frigoporteur un mélange diphasique de type coulis de glace obtenu à partir d'un mélange eau-éthanol. Dans cette étude, une concentration massique en éthanol de 11% a été retenue. Conformément au diagramme

des phases [2], cette concentration correspond à une température de congélation commençante de $-4,7^{\circ}\text{C}$;

- d'un système de production de froid constitué d'une machine frigorifique fonctionnant au R502. Ce dernier se vaporise dans un échangeur permettant le refroidissement de l'éthanol pur, utilisé comme fluide frigoporteur au niveau l'échangeur de chaleur à surface raclée ;

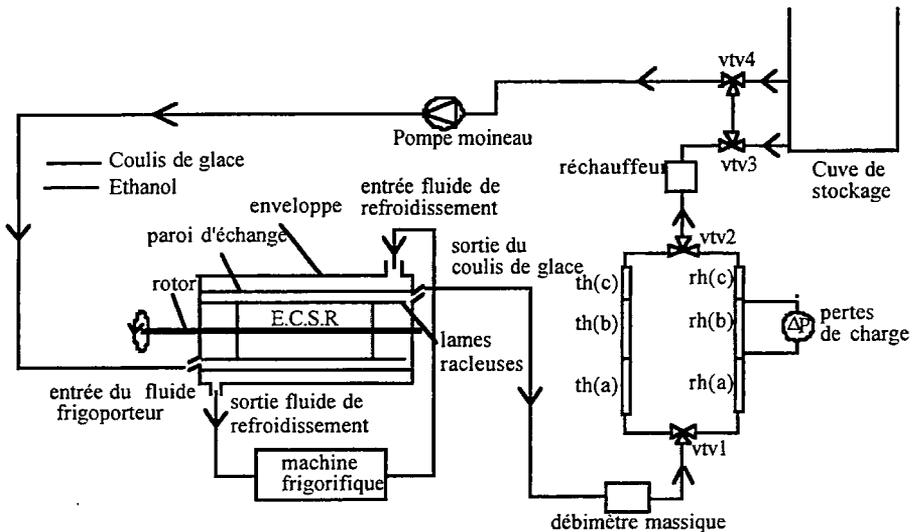


Figure 1 : Boucle expérimentale

- d'une boucle de mesure rhéologique du coulis de glace représentée schématiquement par la figure 2. La veine de caractérisation rhéologique est constituée d'un tube en inox de 14,7 mm de diamètre et de 2,15 m de long. L'établissement du régime d'écoulement est assurée par deux longueurs rectilignes situées en amont et en aval (rh(a) et rh(c) de 0,93 et 0,72 m respectivement) de la zone de mesure rhéologique (rh(b) de 0,5 m). Des coulis de glace ayant des fractions massiques en glace comprises entre 0 et 0,28 ont été générés au niveau de ECSR et testés au niveau de la veine de mesure rhéologique. La fraction en glace est maintenue à une valeur donnée au moyen d'un système (figure1) composé de deux vannes trois voies vtv3 et vtv4 qui permettent de contourner la cuve de stockage et du réchauffeur. Lorsque la fraction massique et le débit du coulis de glace sont ajustés, la perte de charge au niveau du tronçon rh(b) est mesurée par la dénivellation de l'eau contenue dans un tube en U.

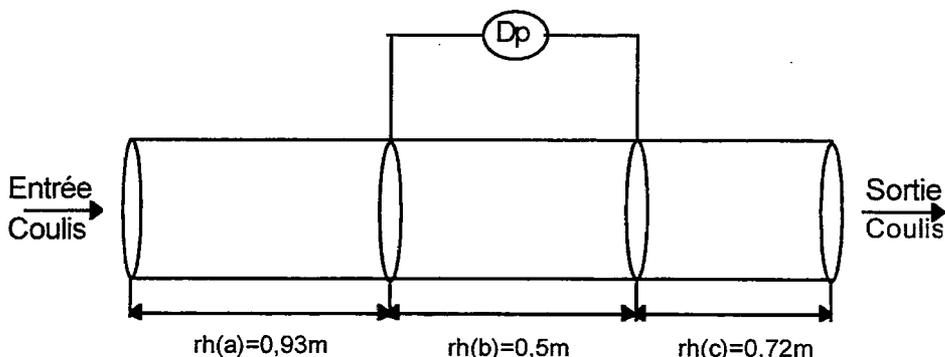


Figure 2 : Veine de caractérisation rhéologique

2.2 Détermination des paramètres rhéologiques du coulis de glace

Le dispositif (figure 2) permet d'établir d'une façon indirecte le rhéogramme ($\tau = f(\gamma)$) du produit considéré à partir des relations débit - perte de charge par la démarche suivante :

- La relation de Rabinowitsch et Mooney [6 et 7], valable pour tous les fluides dont les caractéristiques sont indépendantes du temps s'écrit :

$$\frac{Q_v}{\pi R_{rh}^3} = \frac{1}{4} \left(\frac{8V}{D_{rh}} \right) = \frac{1}{\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (1)$$

$$\gamma = f(\tau) \text{ et } \tau_p = \frac{D_{rh} \Delta P}{4L} \quad (2)$$

- La caractérisation de la fonction $\tau = f(\gamma)$ permet de calculer la viscosité apparente de la suspension qui s'exprime par ($\mu = \tau / \gamma$). Après dérivation de l'équation (1) par rapport à τ_p et réarrangement on obtient :

$$\gamma = \frac{8V}{D_{rh}} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{d \ln \left(\frac{8V}{D_{rh}} \right)}{d \ln \left(\frac{D_{rh} \Delta P}{4L} \right)} \right] = \frac{3n'+1}{4n'} \cdot \frac{8V}{D_{rh}} \quad (3)$$

$$\text{avec } n' = \frac{d \ln \left(\frac{D_{rh} \Delta P}{4L} \right)}{d \ln \left(\frac{8V}{D_{rh}} \right)} \quad (4)$$

En faisant varier le débit et par conséquent le gradient de pression $\Delta P/L$, il est possible à l'aide de la relation (2) d'obtenir le graphe $Q_v = f(\tau_p)$ et d'en déduire, par application de l'équation (3) la valeur de γ_p pour chaque valeur de τ_p . Le graphe $\tau_p = f(\gamma_p)$ fournit alors le rhéogramme du fluide étudié.

3. Résultats et discussion

Les rhéogrammes obtenus (*figure 3*), montrent que pour des fractions massiques comprises entre 0 et 0,06 le coulis de glace se comporte comme un fluide newtonien et qu'il existe une fraction seuil au-delà de laquelle le coulis présente un comportement non newtonien. Ceci est confirmé par la *figure 4*, où l'on voit que, l'indice de consistance (k') croît exponentiellement avec la concentration, tandis que l'indice de comportement (n') s'écarte de l'unité en décroissant. La *figure 5* montre que, pour des fractions massiques inférieures ou égales à 0,06, la viscosité apparente est indépendante du gradient de vitesse de cisaillement. Ces résultats paraissent tout à fait logiques puisque lorsque la concentration en glace augmente, la proportion de particule solide augmente dans la solution, l'interaction entre les particules de glace augmente et le caractère non newtonien s'affirme. La *figure 3* montre aussi qu'une loi de comportement du type loi de puissance d'Oswald est vérifiée pour des fractions massiques supérieures ou égales à 0,06, dans une gamme de vitesse de cisaillement allant de 20 à 460 s^{-1} :

$$\tau = K'(C)\gamma^{n'(C)} \quad \mu_{app} = \frac{\tau}{\gamma} = K'(C)\gamma^{(n'(C)-1)} \quad (5)$$

avec :

$$n'(C) = 0,263 + \frac{0,737}{1 + (C/0,122)^{8,340}} \quad 0 \leq C \leq 0,28 \quad (6)$$

$$K'(C) = \exp(-5,441 + 832,4 C^{2,5}) \quad 0 \leq C < 0,13 \quad (7)$$

$$K'(C) = \exp(-6,227 + 16,478 C^{0,5}) \quad 0,13 \leq C \leq 0,28 \quad (8)$$

Les équations 6, 7 et 8 obtenues à l'aide du logiciel Table Curve 2D donnent les variations des indices de comportement (n') et consistance (k') en fonction de la fraction massique en glace. Nous cherchons une fonction pour chaque indice qui permet de prendre en considération l'ensemble du comportement rhéologique (newtonien et non newtonien) du coulis de glace. Ceci n'a été possible que pour l'indice de comportement.

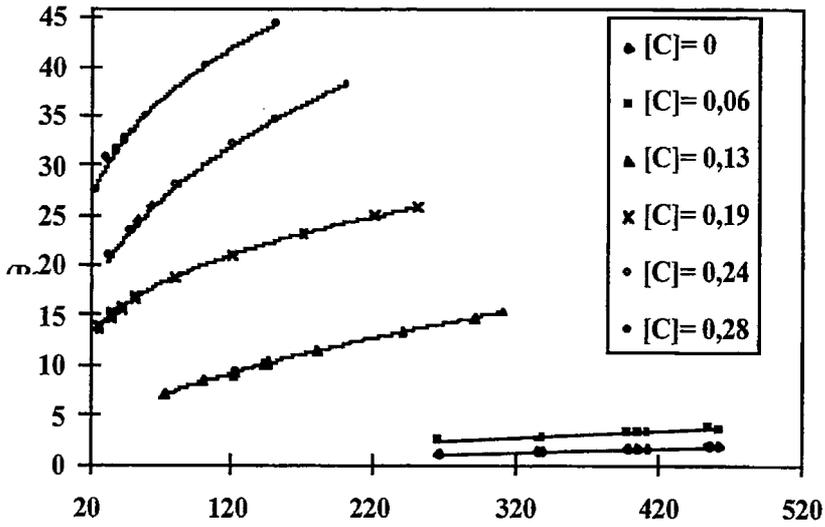


Figure 3 : Rhéogrammes du coulis de glace pour différentes fractions massiques

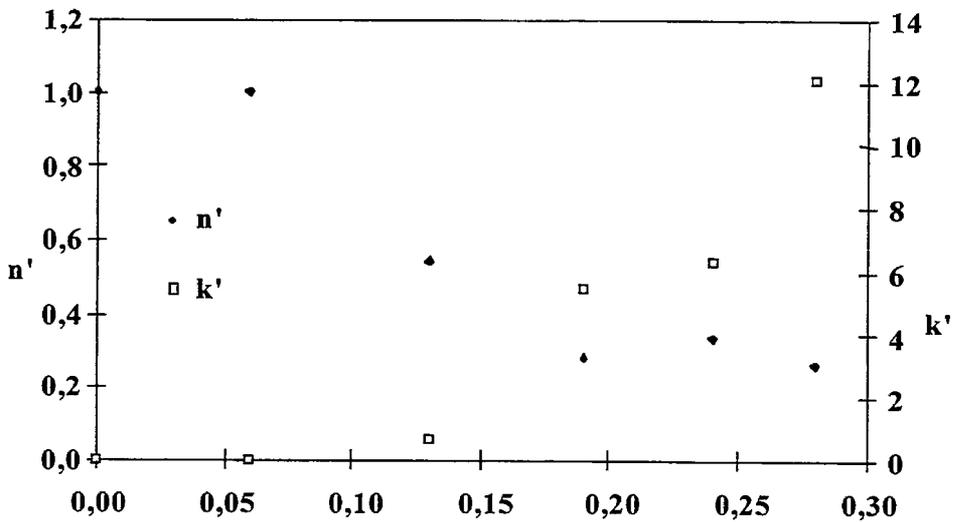


Figure 4 : Indices de structure (k') et de consistance (n') du coulis de glace pour différentes fractions massiques

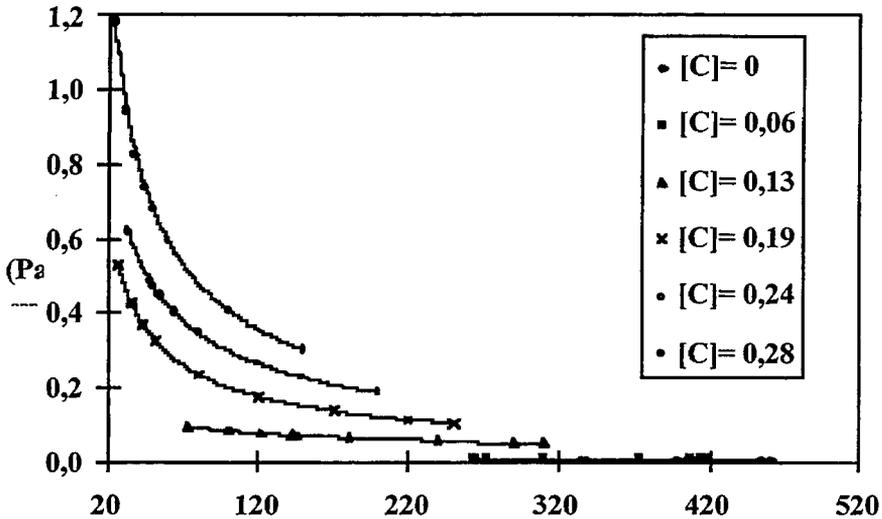


Figure 5 : Viscosité apparente du coulis de glace pour différentes fractions massiques (en fonction du taux de cisaillement)

4. Conclusions

Cette étude a permis d'effectuer des mesures de pertes de pression dans un écoulement de coulis de glace en régime laminaire. Les résultats obtenus montrent que le comportement rhéologique du coulis de glace est très sensible à l'évolution de la variable de quantité qu'est la fraction massique en glace : passage d'un comportement newtonien à non newtonien pour des fractions massiques supérieures à 0,10.

Nomenclature

C : fraction massique en glace	[kg/kg]
D : diamètre de la conduite	[m]
K' : indice de consistance	[Pa.s ^{n'}]
L : longueur de la conduite	[m]
n' : indice de comportement	
Q _v : débit volumique	[m ³ .s ⁻¹]
R : rayon de la conduite	[m]
V : vitesse débitante	[m.s ⁻¹]
γ : gradient de vitesse de cisaillement	[s ⁻¹]

τ : contrainte de cisaillement	[Pa]
μ : viscosité dynamique	[Pa.s]
ΔP : perte de pression	[Pa]
ρ : masse volumique	[kg.m ⁻³]
λ : conductivité thermique	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]
C_p : capacité calorifique massique	[J.Kg ⁻¹ .K ⁻¹]

app : apparent
m : mélange
p : paroi
rh : rhéologique
th : thermique

Références bibliographiques

- [1] Bel, O., 1996. *Contribution à l'étude du comportement thermo-hydraulique d'un mélange diphasique dans une boucle frigorifique à stockage diphasique*. Thèse de Docteur-Ingénieur : Thermique et Energétique, INSA de Lyon, 235 p.
- [2] Melinder, A., 1997. *Propriétés thermophysiques des frigoporteurs liquides*. Paris, Institut International du Froid, 122 p.
- [3] Bel, O., Hunyadi-Kiss, I., Zweig, S., and Lallemand, A., 1996. *Thermal study of an ice slurry used as refrigerant in a cooling loop*. Proc. 2nd. Conf. On the Use of Non-Artificial Substances, Aarhus, DK, p. 507-516
- [4] Harröd, M., 1986. *Scraped surface heat exchangers : A literature survey of flow patterns, mixing effects, residence time distribution, heat transfer and power requirements*. J. Food. Process. Eng., 9, N°1, p. 59-78
- [5] Ben Lakhdar, M. A., Moureh, J., Flick, D., Guilpart, J., et Lallemand, A., 1997. *Modélisation des transferts thermiques au sein d'un échangeur de chaleur à surface raclée traitant un coulis de glace : glace+eau+éthanol*. Congrès de la Société Française des Thermiciens. Toulouse 20-22 Mai, Fr
- [6] Skelland, A. H. P., 1966. *Non-Newtonian Flow and heat Transfer*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 467 p.
- [7] Steffe, J. F., 1992. *Rheological Methods in Food Process Engineering*. Freemann Press, Michigan, 228 p.

Etude expérimentale et numérique d'un échangeur de chaleur à noyau tournant conique pour des fluides newtoniens et rhéofluidifiants

Experimental and numerical study of a conical heat exchanger with a rotating inner cone using newtonian and pseudoplastic fluids.

D. FLICK, J. MOUREH, P. LEMA-LARRIEU
Division génie des procédés frigorifiques - Cemagref Antony

Résumé : L'étude porte sur un échangeur de chaleur conçu pour traiter des produits alimentaires fortement visqueux. Le produit s'écoule dans l'entrefer de deux cônes, le cône intérieur est en rotation, et le cône extérieur chauffe. Le type d'écoulement et l'intensité des transferts thermiques ont été caractérisés expérimentalement pour un fluide newtonien (glycérine) et un fluide rhéofluidifiant (solution de carboximéthylcellulose à 3,5 %). L'introduction d'une viscosité apparente caractéristique permet de généraliser les nombres sans dimension dans le cas des fluides d'Ostwald. Il est aussi possible de représenter l'intensité des transferts thermiques par une relation unique pour les deux types de fluides étudiés. Des simulations numériques ont été réalisées à l'aide du logiciel de thermo-hydraulique Phoenix. Elles tiennent compte du caractère thermodépendant et éventuellement rhéofluidifiant du produit et sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux.

Abstract: A new conical heat exchanger was constructed in order to perform a thermal treatment to highly viscous foods. The liquid studied flows in the gap between two coaxial cones, the inner cone is rotating and the outer cone is heated. Flow and heat transfer characteristics were studied for a Newtonian fluid (glycerin) and a pseudoplastic fluid (CMC 3,5%). Empirical relationships were obtained using apparent viscosity in order to extend the use to any Oswald's fluid. It is possible to obtain also a unique relationship concerning newtonian and pseudoplastic fluids. Numerical simulations were performed with a Computational Fluid Dynamics (CFD) commercial software Phoenix®, taking into account temperature dependence and pseudoplastic behavior. Numerical simulation results were compared successfully to experimental results.

1. Introduction

Le chauffage et le refroidissement de produits fortement visqueux posent de nombreux problèmes (perte de charge importante, surchauffe locale), notamment dans le domaine agro-alimentaire. Pour traiter ce type de fluides, on utilise fréquemment des échangeurs cylindriques dont la paroi est raclée par plusieurs lames montées sur un rotor. Ces échangeurs à surface raclée ont fait l'objet de nombreuses études [1] y compris pour des fluides non newtoniens [2].

Dans le dispositif original qui a été étudié, le produit s'écoule dans l'entrefer de deux cônes (et non pas de deux cylindres). Ceci permet de régler facilement l'entrefer (par translation du cône intérieur) et de bénéficier d'un effet de pompage (la force centrifuge ayant une composante non nulle dans

la direction de l'écoulement). Par ailleurs, le rotor ne porte pas de lame racleuses : ce sont les structures secondaires de l'écoulement (recirculation, tourbillons de Taylor) qui assurent le renouvellement du fluide à la paroi et intensifient les transferts thermiques.

2. Matériel et méthode

2.1. Dispositif expérimental

Le dispositif est constitué de deux cônes parallèles et coaxiaux ayant un angle au sommet de 62 degrés et un diamètre maximal de 220 mm. Le produit s'écoule dans l'entrefer qu'ils forment, du sommet vers la base (cf. figure 1). Le cône extérieur fixe est en aluminium et permet d'imposer un flux de chaleur uniforme grâce à résistance électrique bobinée. Il dispose d'un hublot pour la visualisation des écoulements. Le cône intérieur est en matière plastique pour limiter les transferts par conduction dans le rotor. Sa translation permet de régler l'entrefer. De nombreuses mesures ont été effectuées : température du fluide et de la paroi, pression d'entrée et de sortie, couple exercé sur l'arbre.

2.2. Fluides utilisés

Les mesures ont été effectuées avec un fluide newtonien : glycérine et un fluide rhéofluidifiant : solution de carboxyméthylcellulose (CMC) à 3,5 %. Ce choix résulte du fait que beaucoup de produits alimentaires sont non-newtoniens et souvent ils sont rhéofluidifiants (certains empois d'amidon sont par contre rhéoépaississants).

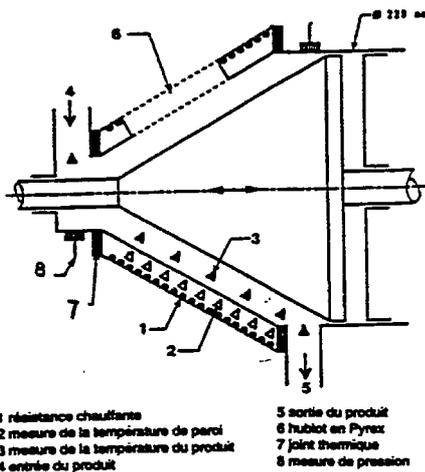


Figure 1 : Schéma du dispositif

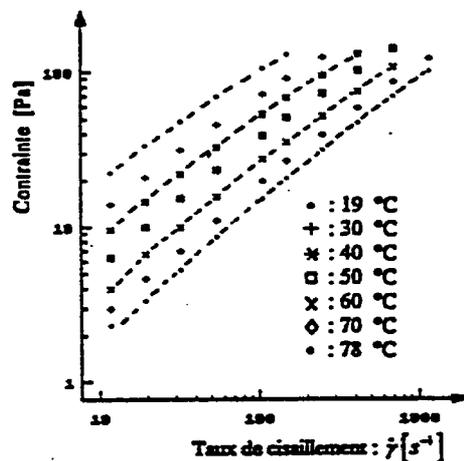


Figure 2 : Rhéogrammes de la solution de CMC

Le fluide choisi garde cependant un comportement assez simple puisqu'il suit assez bien une loi d'Ostwald : $\mu_{app} = K\dot{\gamma}^{n-1}$ (cf. figure 2) et qu'il ne présente quasiment pas de caractère élastique ou thixotrope. A 25°C, son indice de structure n vaut environ 0,69 ($10 < \dot{\gamma} < 1000$). Pour des raisons de simplicité d'analyse, nous considérons que seul son indice de consistance varie avec la température, d'après une loi exponentielle.

$$K = K_0 e^{\frac{T-T_0}{b}}, \quad b=22^\circ \text{C}, \quad K_0=4,7 \text{ Pa.s}^n, \quad T_0=25^\circ \text{C}$$

La viscosité de glycérine suit une loi similaire en fonction de la température.

$$\mu = \mu_0 e^{\frac{T-T_0}{b}}, \quad b=13^\circ \text{C}, \quad K_0=0.84 \text{ Pa.s}^n, \quad T_0=25^\circ \text{C}$$

2.3. Analyse dimensionnelle / Plan d'expérience

L'analyse dimensionnelle montre que, pour un fluide newtonien, les transferts thermiques peuvent être caractérisés par une relation du type : $Nu=f\{\alpha, e/R, Re, Ta, Pr, Np, Br, n\}$

$$Nu = \frac{\alpha}{\lambda(T_p - T)}, \quad Re = \frac{\rho VR}{\pi \mu}, \quad Ta = \sqrt{\frac{e}{R}} \frac{\rho \omega Re}{\mu}, \quad Pr = \frac{C_p \mu}{\lambda}, \quad Np = \frac{q_e}{\lambda b}, \text{ et}$$

$$Br = Nu \frac{\mu(\omega R)^2}{q_e}$$

Pour les fluides d'Ostwald, nous considérons une viscosité apparente caractéristique :

$$\mu_{app} = K(\dot{\gamma}_{axial}^2 + \dot{\gamma}_{tangential}^2)^{(n-1)/2}, \text{ avec :}$$

- cisaillement tangentiel moyen à la base du cône :

$$\dot{\gamma}_{tangential} = \frac{\omega R}{e}$$

- cisaillement axial moyen à la base du cône (écoulement assimilé à celui entre 2 plaques)

$$\dot{\gamma}_{axial} = \frac{(2 + 1/n)^{n/(n-1)}}{n \sqrt[3]{3V}} \pi Re^2$$

Pour déterminer l'influence des différents paramètres, nous les avons fait varier autour d'un point de référence. Le tableau ci-dessous présente les plages de variations de ces paramètres et des nombres dans dimension où ils interviennent principalement.

entrefer :	2 ← 10* → 18 mm	e/R	0,018 à 0,16
débit massique :	40 ← 80* → 160 kg/h	Re	0,0084,1 à 1,25
vitesse de rotation	0 ← → 1700 tr/min	Ta	0 à 1450
flux thermique	CMC : 4,1 ← 16,3* → 3,6 kW/m ² Glycérine : 4,1 ← 16,3* → 32,6 kW/m ²	Np	2,2 à 43
température d'entrée	25* et 40°C	Pr	450 à 50000

* point de référence

3. Résultats expérimentaux

3.1. Structure des écoulements

A faible vitesse de rotation l'écoulement est de type laminaire sans recirculation, (cf. figure 3a). Le caractère rhéofluidifiant a tendance à rendre le profil des vitesses axiales plus plat (rapport vitesse maximale sur vitesse débitante plus faible). La rotation du cône intérieur a tendance à décaler le maximum du profil vers l'axe.

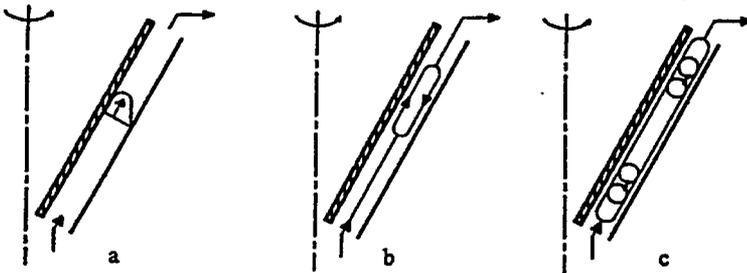


Figure 3 : Structure des écoulements

A partir d'une certaine vitesse de rotation une recirculation apparaît à la base du cône puis remplit progressivement tout l'entrefer (figure 3b). Ceci est caractérisé par un critère adimensionnel que nous avons obtenu à partir d'un modèle hydrodynamique simplifié [3]. Ce critère tient compte de l'indice de structure.

$$Nr = a \frac{Ta^2}{Re} > 1 \text{ avec } a = \frac{\sin \alpha}{24} \frac{1}{2^{2+n}} \frac{1-n}{(R/R_0)^{1-n} - 1} \text{ ou si } n=1$$

$$a = \frac{\sin \alpha}{24} \frac{1}{2^3 \ln(R/R_0)}$$

Lorsque la vitesse de rotation atteint un deuxième seuil, des tourbillons de type Taylor apparaissent (figure 3c). Comme dans le cas cylindrique, ceci intervient lorsque le nombre de Taylor atteint environ une valeur de 50.

Il est à remarquer que grâce à l'introduction d'une viscosité apparente caractéristique qui permet la généralisation des nombres sans dimension, les critères mentionnés ci-dessus permettent de prévoir assez correctement l'allure des écoulements aussi bien dans le cas de la glycérine que dans le cas du CMC.

3.2. Transferts thermiques

En l'absence de recirculation, le coefficient de transfert thermique est défini par rapport à la température de mélange du fluide (le modèle d'écoulement sous-jacent est piston). Le nombre de Nusselt est fonction d'un nombre de Graetz. L'influence de l'abaissement de la viscosité du fluide près de la paroi chauffante est prise en compte par le nombre de puissance N_p .

$$Nu = 1,15(Re.Pr.e / R)^{1/3} N_p^{0,18} \text{ pour } Nr < 1$$

En présence de recirculation, le coefficient de transfert thermique est défini par rapport à la température de sortie du fluide (le modèle d'écoulement sous-jacent est celui d'un réacteur parfaitement agité). Le nombre de Nusselt est fonction essentiellement du nombre de Taylor. Cette corrélation tient bien compte de l'influence de la recirculation mais néglige l'effet des tourbillons de Taylor (légère augmentation pour $50 < Ta < 500$).

$$Nu = 0,113.Ta^{0,52} Pr^{1/3} N_p^{0,18} \text{ pour } Nr > 1$$

Là encore (cf. figure 4 et 5), l'utilisation de la viscosité apparente caractéristique permet de représenter par une même relation les résultats relatifs au CMC et à la glycérine.

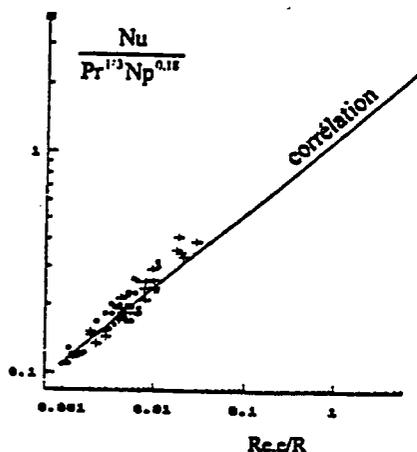


Figure 4 : Transferts en l'absence de recirculation

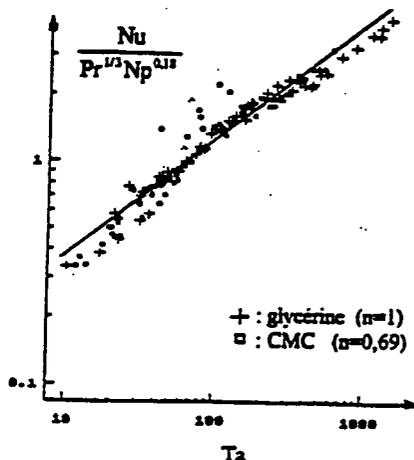


Figure 5 : Transferts en présence de recirculation

3.3. Champ de température

La figure 6 montre les champs de température observés expérimentalement dans l'entrefer des deux cônes pour différentes vitesses de rotation. Le premier cas correspond à un écoulement sans recirculation, le deuxième à une recirculation sur le haut (vers la base du cône), le troisième à une recirculation sur tout l'entrefer avec présence de tourbillons de Taylor.

4. Simulation numérique

4.1. Principales hypothèses

Les simulations numériques ont été effectuées avec le logiciel industriel Fluent, en régime permanent. Le maillage exploite la symétrie axiale du dispositif (en toute rigueur l'entrée et la sortie du fluide ne satisfont pas cette condition) il est du type curviligne et comporte 54 mailles.

Pour le cas des fluides d'Ostwald, la viscosité apparente est calculée dans chaque maille de façon itérative par l'estimation du taux de cisaillement et de l'indice de consistance qui est fonction de la température :

$$\mu_{app} = K\{T\} \cdot \dot{\gamma}^{n-1} \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma} = \sqrt{2 \cdot \overline{\mathbf{D}} : \overline{\mathbf{D}}} \quad \text{et} \quad \overline{\mathbf{D}} = \frac{1}{2} (\overline{\mathbf{v}} \overline{\mathbf{v}} + \overline{\mathbf{v}}' \overline{\mathbf{v}}')$$

Les résultats sont en assez bon accord avec les observations expérimentales (cf. figure 7) sauf pour les vitesses de rotation élevées où la simulation numérique n'a pas fait apparaître de tourbillons de Taylor. Ceci est dû au fait que, dans notre situation, les tourbillons observés n'étaient pas toriques mais hélicoïdaux et qu'ils défilaient dans le sens de l'écoulement ce qui va à l'encontre des hypothèses de symétrie axiale et de champ des vitesses stationnaire (régime permanent).

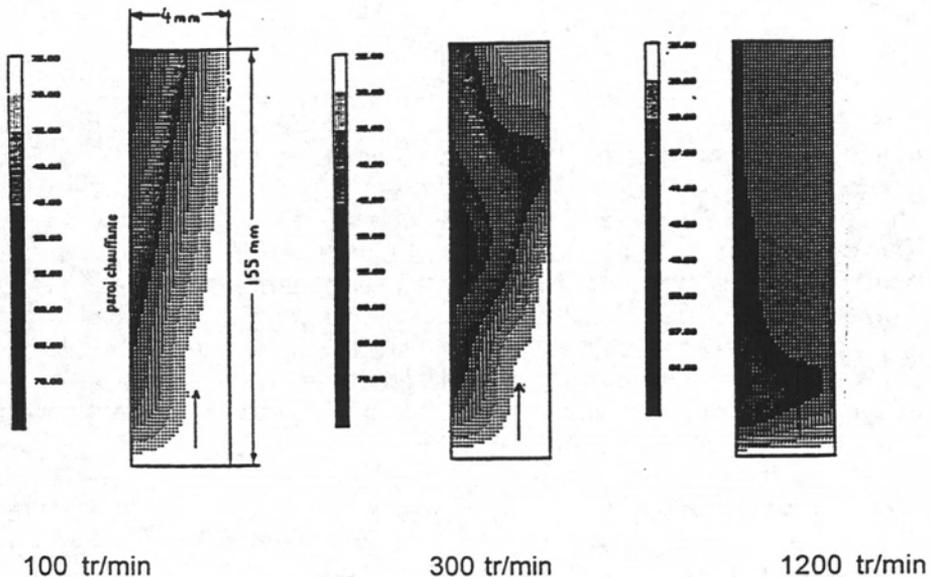


Figure 6 : Champs de température observés expérimentalement. Fluide : CMC, entrefer 4 mm, flux thermique 1kW, débit 80 kg/h, température d'entrée 25°C

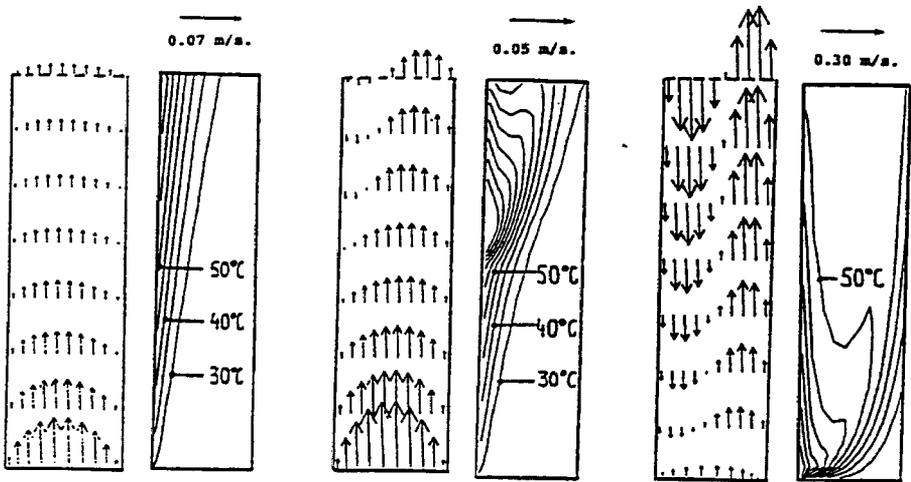


Figure 7 : Champs de température et de vitesse simulés numériquement (mêmes conditions qu'en figure 6)

5. Conclusion

Une étude à la fois expérimentale et numérique a été conduite sur un échangeur de chaleur destiné à des produits alimentaires très visqueux. Ces derniers ayant souvent un caractère rhéofluidifiant, l'analyse a porté sur des fluides newtonien et non-newtonien.

Bien que le taux de cisaillement varie dans l'entrefer, l'introduction dans les nombres sans dimension, d'une viscosité apparente caractéristique permet d'obtenir des corrélations valables pour les deux types de fluide.

Cette étude mériterait d'être poursuivie sur des fluides plus complexes qu'un fluide d'Ostwald, en intégrant des effets de seuil, de viscoélasticité ou de thixotropie ce qui poserait des problèmes importants notamment pour ce qui est des simulations numériques.

Références bibliographiques

- [1] Härröd M. 1986 : Scraped surface heat exchangers. A literature survey of flow patterns, mixing effects, residence time distribution, heat transfer and power requirements. *J. Food Process Eng.* 9, 1-62.
- [2] Benezech T. 1988 : Etude de la distribution des temps de séjour, des performances thermiques et de la consommation de puissance

Étude expérimentale et numérique d'un échangeur de chaleur

d'échangeurs de chaleur à surface raclée traitant des produits non newtoniens. Thèse de doctorat de l'Université de Nancy.

[3] Lema-Larrieu P. 1993 : Etude d'un échangeur de chaleur à noyau tournant conique. Thèse de doctorat de l'Institut National Agronomique Paris-Grignon.

Thème : rhéologie et génie des procédés en agro-alimentaire

Le débat a été retranscrit par Graciela ALVAREZ

Exposé de Lionel CHOPLIN

Question de P. COUSSOT : Dans les résultats que vous avez présentés concernant la mayonnaise, je suis étonné d'observer que votre méthode aboutisse à un comportement différent de celui d'un fluide à seuil, or la mayonnaise est à mon avis un fluide à seuil. Comment pouvez vous expliquer cela ?

Réponse de L. CHOPLIN : La détermination du seuil de contrainte dans l'approche de Metzner-Otto nécessite en plus une détermination rhéologique indépendante. Il existe des opinions très diverses concernant l'existence ou non d'un seuil d'écoulement pour les fluides.

Commentaire de P. COUSSOT : Je ne suis pas convaincu car d'un point de vue pratique, le seuil de contrainte est bien réel. Par exemple dans le cas des argiles naturelles, on peut sans aucun problème mettre en évidence l'existence du seuil de contrainte.

Question : Quelle est la limite de validité de la relation de Metzner-Otto avec des fluides d'OSTWALD ?

Réponse de L. CHOPLIN : La valeur de la constante de Metzner-Otto k' est ajustée à partir de mesures effectuées sur un mélangeur. Cette valeur est unique pour un système physique particulier. Cette technique a été développée pour des fluides d'Ostwald.

Question G. ALVAREZ : Dans le cas des procédés agro-alimentaires, les fluides vont être soumis à des cinétiques de réchauffement et de refroidissement parfois supérieures à 1°C/s . La méthodologie de caractérisation rhéologique par l'approche *systémique* que vous avez proposée est-elle bien adaptée à ce type de problème. ?

Réponse de L. CHOPLIN : Non, l'approche systémique ne permet pas de simuler ces cinétiques rapides. Une solution peut être envisagée en ralentissant la cinétique du système. La caractérisation rhéologique dans ces conditions sera très dépendante des conditions expérimentales.

Question : Les résultats obtenus à partir de l'approche systémique ont été effectués avec un pilote à échelle réduite ; le passage à l'échelle 1 est-il réalisable ? Quels sont les problèmes que l'on peut avoir ?

Réponse de L. CHOPLIN : Il est nécessaire de connaître les phénomènes de transport ainsi que les couplages entre les transferts de chaleur et de matière. Si les résultats du pilote sont pertinents, on peut extrapoler. En effet en génie des procédés, des techniques de passage d'un pilote à échelle réduite à un équipement d'échelle 1 sont couramment utilisées sur la base de divers critères de similitude : géométrie, dynamique, thermique, etc.

Exposé de Mohamed BEN LAKHDAR

Question de P. COUSSOT : Vous concluez que le sorbet de glace est assimilable à un fluide newtonien lorsque la concentration en glace est inférieure à 6%, puis à une fluide d'Ostwald pour des valeurs supérieures à 6%. Cela n'est pas ce qu'on l'habitude de voir en rhéologie des suspensions. Avez-vous tenu compte de la forme des cristaux (coefficient de forme, variation des tailles) ?

Réponse de BEN LAKHDAR : Dans le cadre de nos recherches, nous n'avons pas effectué de mesures de granulométrie sur le coulis de glace. Nous savons d'après notre analyse bibliographique que la taille des cristaux est d'environ 100 μm . En revanche, caractériser la forme des cristaux est difficile car elle peut prendre une forme sphérique, une forme de plaquette (avec typiquement une longueur de 40-350 μm et une épaisseur de 10 μm), ou bien une forme d'aiguille de 2 ou 3 μm selon les conditions de formation. Dans notre travail nous les avons considérés ayant une forme sphérique de 100 μm . Cela reste à être vérifié expérimentalement.

Question : Est-il possible que vos mesures aient été influencées par un glissement à la paroi ?

Réponse de BEN LAKHDAR : Il est possible qu'à des concentrations très élevées, un tel phénomène ait pu avoir lieu. Afin de vérifier cela, il serait nécessaire d'effectuer des mesures rhéologiques en utilisant des diamètres de conduite différents. Il faut rappeler que l'objectif principal en génie des procédés alimentaires est d'obtenir une valeur de viscosité apparente afin de résoudre les équations de transfert et de quantité de mouvement des fluides au cours du procédé composé d'opérations unitaires effectuées dans des équipements. La caractérisation rhéologique doit être donc effectuée dans des conditions les plus proches du procédé.

Commentaire : Le phénomène étudié peut ressembler à celui d'une migration observée dans les conduits (avec formation de couche pariétale).

Question P. COUSSOT : Si l'on cherche à évaluer l'influence de la concentration sur la viscosité sur la base de nos connaissances des suspensions, on s'attend à une augmentation de la viscosité bien plus faible au regard de celle obtenue expérimentalement. Ceci semble indiquer qu'il existe probablement des interactions colloïdales entre cristaux. Il serait intéressant de mesurer la température à laquelle les cristaux sont formés.

Réponse de BEN LAKHDAR : La température de formation du coulis de glace est mesurée et maintenue constante expérimentalement. Il n'existe donc pas une différence de température entre mesures faites pour une même concentration de coulis de glace. En revanche la température de formation dépend de la concentration en glace.

Rhéologie et géomatériaux

Rhéologie des Géomatériaux

Geomaterials Constitutive Relations

Félix DARVE

INPG - Laboratoire Sols Solides Structures

UJF - URA CNRS 1511

BP 53 - 38041, Grenoble cedex 9

tél. 04-76-82-52-76, fax 04-76-82-70-00

e.mail : Felix.Darve@hmg.inpg.fr

Résumé : Les lois de comportement des géomatériaux (sols, roches, bétons) jouent un rôle clé dans les calculs d'ouvrages par la méthode des éléments finis. Nous en donnons tout d'abord une présentation générale, débouchant sur une classification des différents modèles de comportement aujourd'hui disponibles. Puis, un modèle "incrémentalement non linéaire" - généralisant l'élasto-plasticité traditionnelle - est brièvement présenté. Les applications concernent le domaine des sollicitations non proportionnelles (chemins circulaires, chemins en "marches d'escaliers") et la question des instabilités et bifurcations matérielles existant dans les milieux granulaires. Un large domaine d'instabilités est mis en évidence dans l'espace des contraintes.

Abstract : *Geomaterials constitutive relations (soils, rocks, concrete) play a key role in engineering computations by the finite elements method. First of all we give a general view of these relations, then we classify the different constitutive models which are available today. An "incrementally non-linear" model, which generalizes the conventional elasto-plasticity, is briefly presented. Finally the applications are devoted to the questions of non-proportional loading paths (circular paths, paths "with flight of stairs") and of the material instabilities and bifurcations, which can develop in granular media. A large domain of instabilities is exhibited in the stress space.*

1. Introduction

La place centrale, occupée par les lois de comportement des matériaux dans le calcul des structures et des ouvrages, est aujourd'hui bien reconnue. Le souci de décrire de manière de plus en plus fine ce comportement et le développement de la puissance des ordinateurs, permettant de prendre en compte des modèles de plus en plus sophistiqués, ont abouti depuis vingt ans à une multiplication des modèles de comportement. La situation aujourd'hui est ainsi caractérisée par un large foisonnement qui a brouillé les grandes lignes de force. L'un des objectifs de ce papier est ainsi de dégager une classification des modèles aujourd'hui disponibles sur la base de critères rationnels reposant sur la structure des lois de comportement.

On sait que, historiquement, l'élasto-plasticité à potentiels multiples (conduisant à des lois de comportement incrémentalement "multi-linéaires" ou plus exactement "linéaires par morceaux") a été introduite pour décrire le comportement de matériaux à structure mono-cristalline, caractérisée par des directions de plans de glissement microstructuraux en nombre fini. Pour

des matériaux granulaires, il est clair que les directions de plans de glissement entre grains sont indéterminées et en nombre quelconque. Il paraît ainsi naturel de décrire le comportement de tels matériaux par des modèles "incrémentalement non linéaires", dont on pourrait dire que la structure correspond à une infinité de mécanismes plastiques d'orientation différente. Si la capacité prédictive de tels modèles est comparable aux autres pour des chemins de sollicitation proportionnels, leur intérêt s'affirme dans deux types de situations : d'une part les chemins fortement non proportionnels et d'autre part les instabilités constitutives et les états de bifurcation.

Le second objectif de ce papier est ainsi de présenter des applications d'un modèle incrémentalement non linéaire sur deux types de chemins non proportionnels : les premiers sont constitués par des cercles dans l'espace des contraintes et les seconds par des chemins "en escalier" dont on peut faire tendre la longueur de "la marche" vers zéro augmentant ainsi indéfiniment le nombre de "marches" pour un trajet donné.

Cette deuxième application nous permettra de discuter la validité du principe de superposition des sollicitations incrémentales dans le champ de l'élasto-plasticité. Enfin, les questions d'unicité et de stabilité doivent être posées en termes généraux dans le cas des lois incrémentalement non linéaires. Nous les discuterons brièvement dans une dernière partie en les illustrant par des applications au cas des chemins de sollicitation à volume constant.

Un dernier commentaire introductif explicitera le terme "géomatériaux" figurant dans le titre de ce papier. Ce terme générique, regroupant les sols, les bétons et les roches, est un bon concept unificateur. En effet, même si les processus physiques qui président à la déformation des géomatériaux au niveau de leur microstructure sont de nature différente, il se trouve que leur comportement macroscopique présente de fortes caractéristiques communes : critère de plasticité sensible à la contrainte moyenne, taux de dilatance élevé en cisaillement, caractère non associé des déformations plastiques, inexistence d'un domaine élastique fini pour un géomatériau vierge, rupture par localisation des déformations (bandes de cisaillement ou macrofractures), caractère incrémental non linéaire marqué du comportement.

2. Formulation des lois de comportement

Cette formulation repose sur le principe de déterminisme qui peut s'énoncer sous deux formes : une forme globale et une forme incrémentale.

2.1. Enoncé global du principe de déterminisme

Il implique qu'à un chemin de sollicitation donné corresponde un chemin de réponse déterminé unique et se traduit par l'existence d'une fonctionnelle

rhéologique reliant la contrainte à l'instant courant à l'histoire de la déformation jusqu'à cet instant :

$$(1) \quad \sigma(t) = F_{\sigma}[\varepsilon(\tau)]_{-\infty < \tau < t}$$

Cette fonctionnelle vérifie trois propriétés principales :

- (i) elle est isotrope du fait du principe d'objectivité
 - (ii) elle est non linéaire en général. Sinon elle vérifierait le principe de Boltzmann et mènerait à la classe des lois viscoélastiques linéaires,
 - (iii) elle est non différentiable dès qu'il existe des irréversibilités plastiques.
- Owen et Williams [1] ont en effet démontré que, pour des matériaux non visqueux, l'hypothèse de différentiabilité impliquait en pratique l'inexistence de dissipations internes.

2.2. Enoncé incrémental du principe de déterminisme

Il implique qu'une "petite" sollicitation appliquée pendant l'incrément de temps dt induise une "petite" réponse déterminée unique et se traduit par l'existence d'une fonction rhéologique tensorielle reliant la déformation incrémentale, la contrainte incrémentale et dt :

$$(2) \quad F_h(d\varepsilon, d\sigma, dt) = 0$$

Déformation et contrainte incrémentales sont définies par :

$d\varepsilon = D dt$, où D est la vitesse de déformation pure, partie symétrique de la vitesse de transformation,

$d\sigma = \dot{\sigma} dt$, où $\dot{\sigma}$ est une dérivée objective du tenseur de contrainte de Cauchy.

Naturellement cette unicité de la réponse incrémentale n'est pas toujours vérifiée dans la pratique, par exemple dans le cas des matériaux "radoucissants" après le maximum de contrainte (pour un même $d\sigma$, il existe deux $d\varepsilon$ possibles, l'un correspondant à la charge et l'autre à la décharge).

Cette fonction F , qui dépend de l'histoire antérieure de sollicitation par les paramètres h caractérisant cette histoire, vérifie deux propriétés principales :

- (i) elle est isotrope par rapport à l'ensemble de ses arguments h , $d\varepsilon$ et $d\sigma$ mais anisotrope par rapport aux seules variables $d\varepsilon$ et $d\sigma$.
- (ii) elle est non linéaire. Sinon elle ne permettrait de décrire que des déformations viscoélastiques à l'exclusion de toute déformation plastique.

3. Relations visco-élasto-plastiques

Nous ferons ici l'hypothèse supplémentaire de la décomposition de la déformation incrémentale en une partie instantanée et une partie différée :

$$(3) \quad d\varepsilon = d\varepsilon_{\text{instant.}} + d\varepsilon_{\text{différée.}}$$

La déformation incrémentale instantanée est, par nature, de type élasto-plastique et ne dépend donc pas de l'incrément de temps :

$$(4) \quad d\varepsilon_{\text{instant.}} = G(d\sigma)$$

où G est une fonction tensorielle dépendant de l'histoire, nulle en 0 :

$$(5) \quad G(0)=0$$

La déformation incrémentale différée est, elle, par nature, de type visqueux et peut donc s'écrire :

$$(6) \quad d\varepsilon_{\text{différée.}} = Cdt$$

Moyennant l'hypothèse (3), la relation (2) s'écrit ainsi :

$$(7) \quad d\varepsilon = G(d\sigma) + Cdt$$

où nous allons maintenant discuter rapidement la forme du tenseur visqueux C et de la fonction élasto-plastique G .

3.1. Le tenseur visqueux

Considérons, en petites déformations, un chemin de fluage caractérisé par :

$$\underline{d\sigma} = \underline{0}$$

D'après (5) et (7), on obtient :

$$(8) \quad d\varepsilon_{\text{fluage}} = Cdt$$

En petites transformations, C représente ainsi exactement la vitesse de fluage du matériau.

3.2. Le tenseur élasto-plastique

Dans la relation (7), $G_h(d\sigma)$ représente la partie élasto-plastique de la déformation incrémentale. Cette fonction G vérifie trois propriétés principales :

(i) elle est fonction isotrope de l'ensemble de ses arguments : paramètres d'histoire h (incluant d'éventuelles variables d'état) et contrainte incrémentale, et une fonction anisotrope de la seule variable $d\sigma$;

(ii) elle est fonction non-linéaire du fait de l'existence de déformations plastiques. En particulier :

$$G(-d\sigma) \text{ n'est pas égal à } -G(d\sigma)$$

(iii) elle est une fonction homogène d'ordre 1 (dans un sens restreint aux valeurs positives du paramètre multiplicatif) du fait de l'indépendance du comportement par rapport aux vitesses de sollicitation :

$$\forall \lambda > 0, \lambda d\varepsilon = G(\lambda d\sigma)$$

d'où :

$$(9) \quad \forall \lambda > 0, G(\lambda d\sigma) = \lambda d\sigma$$

Pour expliciter la fonction G , il est ici commode d'introduire les vecteurs à six dimensions $[d\varepsilon\alpha]$ et $[d\sigma\beta]$ à la place des matrices symétriques 3×3 : $d\varepsilon$ et

$d\sigma$. La définition - classique - de ces vecteurs se trouve, par exemple, dans Darve [2].

La relation (4) s'écrit alors de manière équivalente :

$$(10) \quad \varepsilon_\alpha = G_\alpha(d\sigma_\beta) \quad (\alpha, \beta = 1 \dots 6)$$

Les G_α représentent six fonctions de six variables, homogènes d'ordre 1, auxquelles l'application de l'identité d'Euler pour les fonctions homogènes permet d'écrire :

$$(11) \quad d\varepsilon_\alpha = \frac{\partial G_\alpha}{\partial \sigma_\beta} d\sigma_\beta$$

où les dérivées partielles sont des fonctions homogènes d'ordre 0, qui peuvent donc être considérées comme des fonctions uniquement de la direction de $d\sigma$, représentée par u :

$$u = \frac{d\sigma}{\|d\sigma\|}, \text{ avec } \|d\sigma\| = \sqrt{d\sigma_{ij}d\sigma_{ij}}$$

La relation (11) peut ainsi s'écrire :

$$(12) \quad d\varepsilon = M_{\alpha\beta}(u_\gamma) d\sigma_\beta$$

$$\text{avec : } u_\gamma = \frac{d\sigma}{\|d\sigma_\gamma\|}$$

et où $M(u)$ représente le tenseur élasto-plastique, fonction de l'histoire de sollicitation par l'intermédiaire des variables d'état et des paramètres de mémoire.

La relation (12) fournit l'écriture incrémentale générale des lois de comportement élasto-plastiques. Nous avons démontré l'existence d'un tenseur tangent, matrice-gradient de la transformation non-linéaire (10). La démonstration nous a permis en outre de montrer que ce tenseur tangent ne dépendait que de la direction de la contrainte incrémentale (et non de son intensité). Rappelons qu'il dépend bien entendu également des variables d'état et des paramètres de mémoire.

La non-linéarité incrémentale, c'est à dire le fait que la fonction G (relation (10)) soit non-linéaire, est en fait une non-linéarité directionnelle. Pour décrire cette non-linéarité incrémentale, le choix d'une variation discontinue du tenseur élasto-plastique avec la direction de la contrainte incrémentale a généralement été fait : il s'agit là des lois incrémentalement multi-linéaires ou plus exactement linéaires par morceaux. Dans le cas contraire (variation continue), nous obtenons la classe des lois incrémentales non-linéaires.

Nous avons appelé "zone tensorielle" (Darve [2]) tout domaine de l'espace des contraintes incrémentales dans lequel le tenseur M est constant. La restriction de G à une zone tensorielle Z est ainsi linéaire :

$$(13) \quad \forall u \in Z : M(u) = M^Z$$

Un critère rationnel de classement des lois de comportement non-visqueuses en relation avec leur structure peut être ainsi constitué par le nombre de zones tensorielles présenté par le modèle. Nous procéderons à une telle classification dans le paragraphe suivant.

4 - Non linéarité incrémentale

Nous considérerons dans ce paragraphe, uniquement des lois non-visqueuses et allons les classer par ordre croissant de leur nombre de zones tensorielles.

4.1. Lois de comportement à une zone tensorielle

Nous avons donc :

$$\forall u : M(u) = M$$

Soit :

$$(14) \quad d\varepsilon = M d\sigma$$

Nous obtenons ici toutes les lois élastiques et hypoélastiques, linéaires et non-linéaires (le tenseur M pouvant dépendre de variables d'état telles que la contrainte).

4.2. Lois de comportement à deux zones tensorielles

Dans le cas de l'existence de deux zones, elles peuvent être qualifiées de "zone de charge" et de "zone de décharge". Ces deux zones sont séparées par un hyper-plan dans l'espace à 6 dimensions des contraintes incrémentales, d'équation :

$$(15) \quad A(d\sigma).d\sigma = 0$$

Nous obtenons :

$$\begin{cases} A(d\sigma).d\sigma > 0 : M(u) = M^{ep} & \text{(charge)} \\ A(d\sigma).d\sigma < 0 : M(u) = M^e & \text{(décharge)} \end{cases}$$

où M_{ep} représente la matrice élasto-plastique et M_e la matrice élastique et où la condition suivante de continuité doit être vérifiée :

$$(16) \quad \forall d\sigma \text{ tel que } : A(d\sigma).d\sigma = 0 : (M^{ep} - M^e).d\sigma = 0$$

Nous obtenons ici l'ensemble des lois élasto-plastiques avec un potentiel plastique unique. Ces lois peuvent être associées ou non associées et présenter différents types d'écrouissage (isotrope, cinématique, rotationnel). Elles peuvent être qualifiées d'incrémentalement bi-linéaires.

4.3. Lois de comportement à 2ⁿ zones tensorielles (n ≥ 2)

On peut introduire n potentiels plastiques différents, obtenant alors une surface de limite élastique singulière en chacun de ses points par un "effet de coin", qui manifeste une déformation locale de la surface en pyramide.

Les n critères de charge-décharge peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} A_1(\sigma) \cdot d\sigma > 0 \\ \vdots \\ A_n(\sigma) \cdot d\sigma > 0 \end{cases}$$

Aux 2ⁿ combinaisons correspondantes sont associées 2ⁿ matrices constitutives distinctes. 2ⁿ conditions de continuité seront à vérifier.

Certains de ces potentiels peuvent être associés ou non et les écrouissages peuvent être bien entendu de tout type. Ces lois peuvent être qualifiées d'incrémentalement linéaires par morceaux.

4.4. Lois de comportement à une infinité de zones tensorielles

Nous obtenons ici les lois incrémentales non-linéaires. Le tenseur non-visqueux M varie de manière continue avec u. On pourra trouver une présentation générale de ces lois dans Darve [3]. Les premières lois apparues de ce type sont les modèles "endochroniques", proposés par Valanis [4] et dont la forme générale est la suivante :

$$d\sigma_{ij} = M_{ijkl} d\varepsilon_{kl} + N_{ij} \|d\varepsilon\|$$

D'autres modèles de cette forme ont été développés plus récemment par Kolymbas [5] et Desrues, Chambon [6]. Les modèles hypoplastiques de Dafalias [7] sont dérivés de l'élasto-plasticité tout en ayant une structure incrémentale non-linéaire.

Nous nous limiterons, dans ce papier, à présenter rapidement les deux modèles dont nous donnerons par la suite des applications. Des détails sur ces deux modèles peuvent être trouvés dans Darve [3].

La forme générale du modèle incrémental non-linéaire est la suivante :

$$(17) \quad d\varepsilon_{ij} = C_{ijkl} d\sigma_{kl} + \frac{1}{\|d\sigma\|} D_{ijklpq} d\sigma_{kl} d\sigma_{pq}$$

Sur la base de trois hypothèses supplémentaires (dont en particulier celle d'orthotropie de la loi incrémentale) et si l'on se borne ici à écrire la loi dans les axes principaux (supposés confondus) de la contrainte et de la déformation incrémentales - seul cas qui sera en fait considéré dans les applications données dans ce papier - la relation (17) s'écrit :

$$(18) \quad \begin{bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} (N^+ + N^-) \begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \frac{N^+ - N^-}{\|d\sigma\|} \begin{bmatrix} d\sigma_1^2 \\ d\sigma_2^2 \\ d\sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec : } \|d\sigma\| = \sqrt{(d\sigma_1)^2 + (d\sigma_2)^2 + (d\sigma_3)^2}$$

Les matrices 3 x 3 N^+ et N^- dépendent de variables d'état et de paramètres de mémoire discrets (Darve [3]). Il est possible de montrer que la relation (18) dégénère en l'élasticité orthotrope non-linéaire dans le cas de constantes constitutives décrivant un comportement élastique, ce qui implique :

$$\underline{N}^+ \equiv \underline{N}^-$$

Si l'on inverse la relation (18) :

$$(19) \quad d\sigma = M^{-1}d\varepsilon$$

on peut obtenir également un comportement asymptotique de type "plastique parfait" par la condition : $d\sigma \rightarrow 0$. Le critère de plasticité est alors donné par la relation :

$$(20) \quad \det M^{-1} = 0$$

où la dépendance de M^{-1} par rapport à la direction de la contrainte incrémentale traduit simplement le fait que la surface de plasticité n'est rencontrée que dans un ensemble de directions données.

Une règle d'écoulement généralisée est alors fournie par :

$$M^{-1}(u)d\varepsilon = 0$$

La relation (21) détermine la direction de $d\varepsilon$ mais pas son intensité compte tenu de l'équation (20). Le fait que la condition (21) dépende de la direction de la contrainte incrémentale signifie ici que la règle d'écoulement est singulière puisque la direction de la déformation incrémentale ne dépend pas seulement de la contrainte actuelle et de l'histoire de la sollicitation mais également de la direction actuelle de la contrainte incrémentale.

Outre le modèle incrémental non-linéaire, explicité par les relations (17) et (18), nous utiliserons un modèle voisin incrémentalement linéaire par morceaux, présentant huit zones tensorielles dans l'espace des contraintes incrémentales et s'écrivant dans les mêmes conditions que (18) sous la forme suivante :

$$(22) \quad \begin{bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(N^+ + N^-) + \frac{1}{2}(N^+ - N^-) \begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix}$$

N^+ et N^- ont exactement la même expression dans les deux modèles. Les huit zones tensorielles de la "loi incrémentale octo-linéaire" définie par (22) sont constituées par les huit huitièmes d'espace bâtis sur les axes $d\sigma_1$, $d\sigma_2$ et $d\sigma_3$. Des comparaisons systématiques entre les modèles non-linéaire (relation (18)) et octo-linéaire (relation (22)) ont montré que pour des chemins de sollicitation proportionnels les différences étaient négligeables tandis qu'elles s'accroissaient fortement pour des chemins non-proportionnels (Darve, Chau et Dendani [8]).

5 - Chemins de sollicitation non-proportionnels

5.1. Chemins circulaires dans l'espace des contraintes principales

De tels chemins ont un intérêt pratique considérable dans la mesure où, lors de sollicitations cycliques en force appliquées aux limites d'un massif de géomatériau, on peut considérer en première approximation que, à chaque retour aux mêmes valeurs des forces exercées au contour, l'état de contrainte en chaque point du massif reprend aussi la même valeur. Représentés dans l'espace à six dimensions des contraintes, les chemins de sollicitation sont ainsi constitués de boucles fermées. Naturellement les chemins de réponse en déformations ne sont en général pas des boucles fermées en présence d'irréversibilités plastiques : il y a accumulation des déformations plastiques.

Il est ainsi important d'étudier la capacité prédictive des modèles pour des sollicitations constituées de chemins circulaires dans l'espace des contraintes principales - de tels chemins pouvant être étudiés expérimentalement en laboratoire sur des presses tri-dimensionnelles asservies. Ces chemins posent des problèmes redoutables de modélisation puisque la direction de la contrainte incrémentale change constamment et parcourt l'ensemble de la plage de 0° à 360° .

Un exemple de chemin circulaire peut être trouvé dans la procédure de "benchmarks", qui fut utilisée pour l'"International Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-cohesive Soils" (Cleveland, juillet 87, Saada et Bianchini [9]).

Il s'agit d'un chemin circulaire dans un plan déviatoire de l'espace des contraintes principales. Les résultats prédictifs du modèle incrémental non-linéaire sont présentés sur la figure 1 et comparés avec les mesures (connues une fois l'ensemble des résultats prédictifs fournis par les modélisateurs). Les variations de volume (notées ε_v) et les trois

déformations principales sont représentées en fonction de l'angle de phase. Le chemin de réponse en déformations est également donnée en projection sur un plan déviatoire de l'espace des déformations principales. Dans ce cas, le chemin circulaire était parcouru deux fois.

Les lois élasto-plastiques conventionnelles ne furent pas en mesure de décrire ce type de chemins (Saada et Bianchini [9]). La structure du modèle (incrémentalement linéaire par morceaux ou non-linéaire) joue naturellement un rôle majeur dans tous les cas où la direction de la sollicitation incrémentale varie largement, mettant par là en oeuvre la non-linéarité incrémentale.

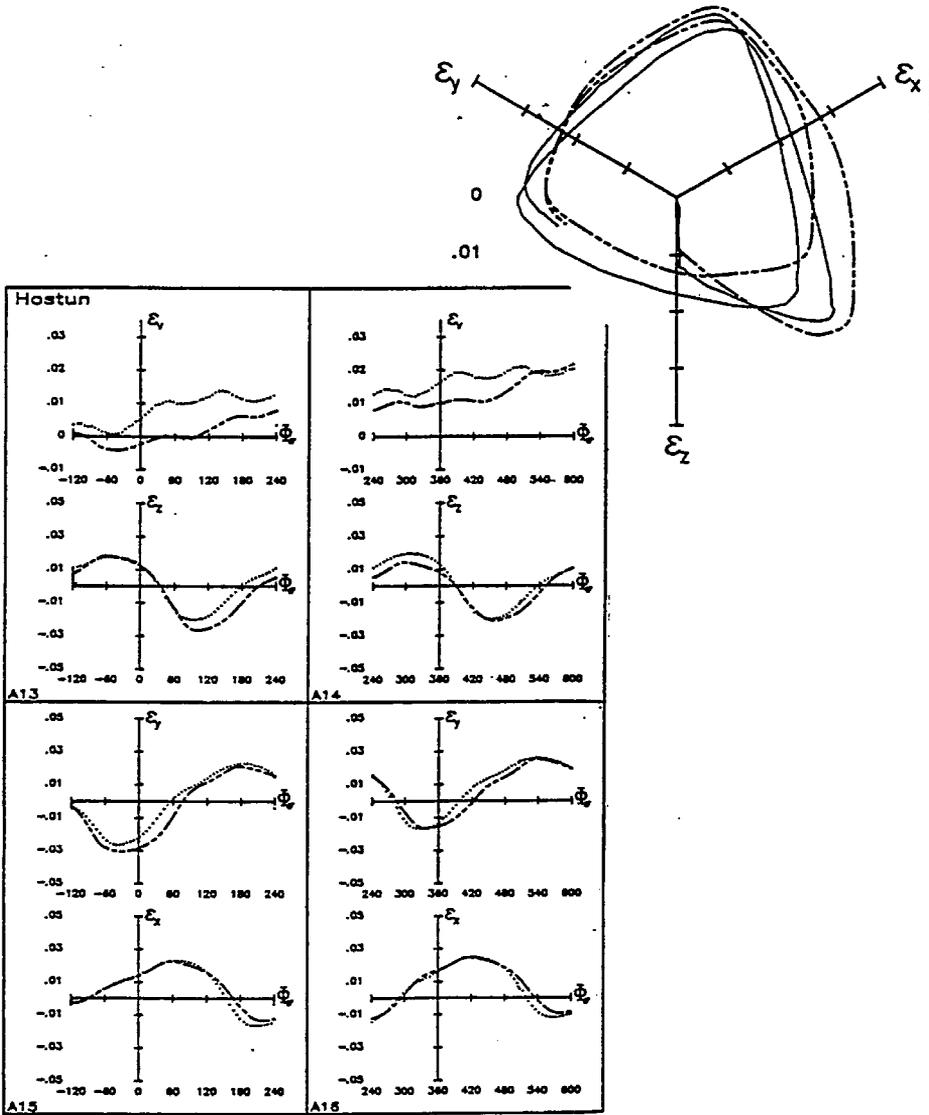


Figure 1 : Modélisation de la réponse d'un chemin circulaire dans un plan déviatoire de contraintes, parcouru deux fois. Les calculs prédictifs sont représentés par des lignes en tiretés : -.-.- et comparés avec les résultats expérimentaux (Darve et Dendaniil [10]).

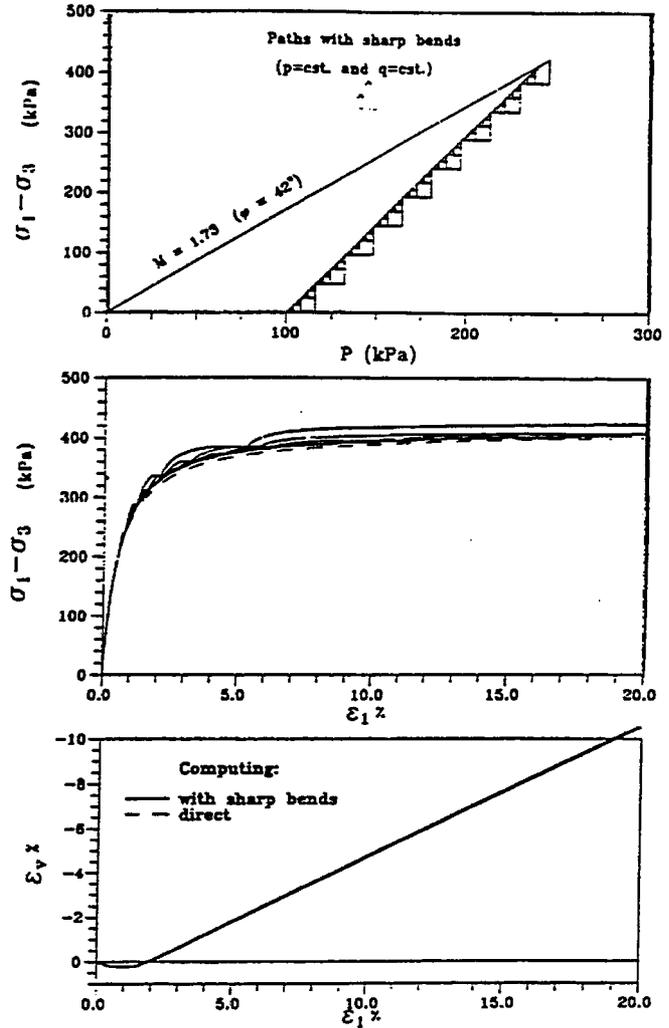


Figure 2 : Comparaison entre l'intégration du modèle incrémental non-linéaire sur le chemin proportionnel rectiligne à étreinte latérale constante (courbe en tireté) et sur les chemins "en escalier" (courbes continues). Cas du sable dense (Meghachou [11]).

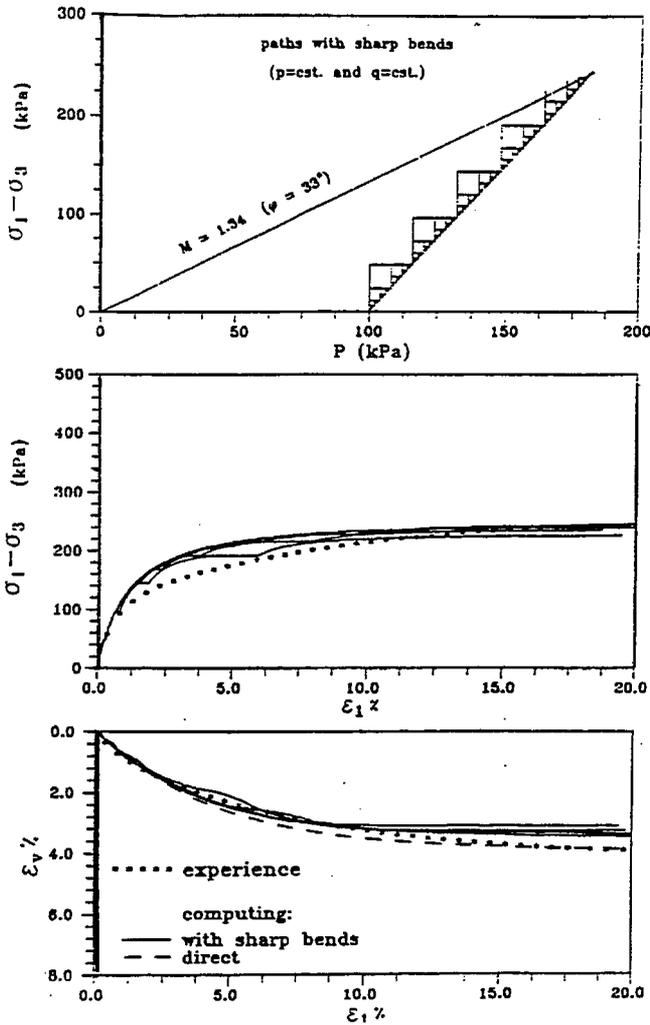


Figure 3 : Comparaison entre l'intégration du modèle incrémental non-linéaire sur le chemin proportionnel rectiligne à étreinte latérale constante (courbe en tireté) et sur les chemins "en escalier" (courbes continues). Cas du sable lâche (Meghachou [11]).

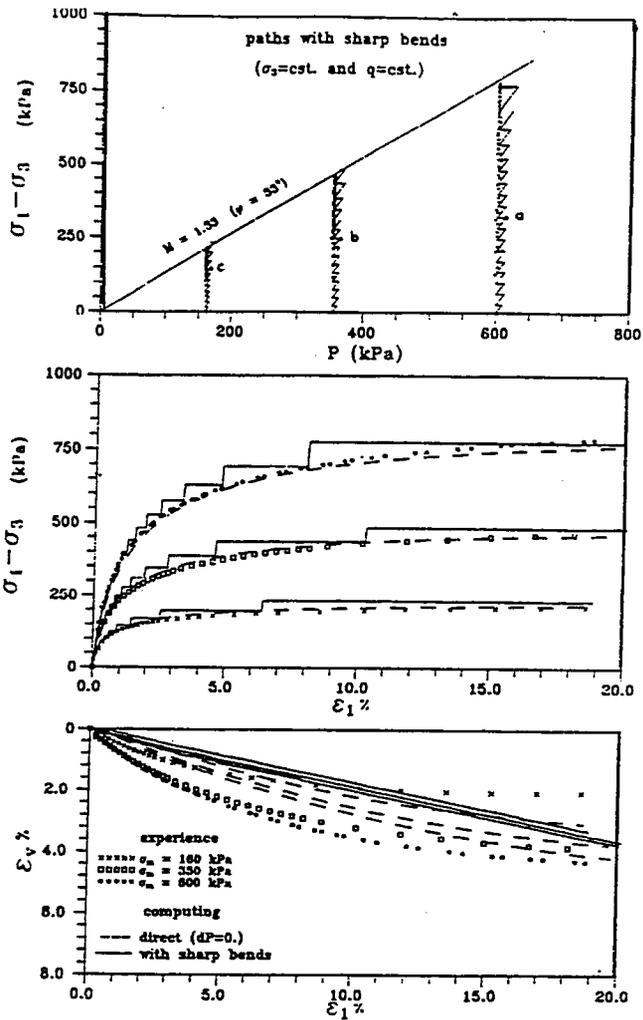


Figure 4 : Comparaison entre l'intégration du modèle incrémental non-linéaire sur les chemins proportionnels rectilignes à contrainte moyenne constante (courbes en tireté) et sur les chemins "en lignes brisées" (courbes continues) (Meghachou [11]).

5.2. Chemins “en marches d’escalier”

Ces chemins ont été étudiés avec deux objectifs :

- (i) vérifier une condition de consistance du modèle : quand on augmente le nombre de “marches d’escalier” en diminuant la longueur de la marche, les réponses du modèle restent-elles réalistes ? En particulier les courbes-réponses convergent-elles comme il est nécessaire pour des raisons physiques ?

- (ii) une autre question d’intérêt fondamental est celle du domaine de validité et du degré d’exactitude du principe de superposition des sollicitations incrémentales. Ce principe de superposition n’est rigoureusement vérifié que dans les domaines où la fonction incrémentale rhéologique G (eq. (10)) est linéaire, c’est à dire très précisément dans une même zone tensorielle :

si $d\sigma^1$ et $d\sigma^2$ appartiennent à la même zone tensorielle, alors :

$$\underline{G}(\underline{d\sigma}^1 + \underline{d\sigma}^2) \equiv \underline{G}(\underline{d\sigma}^1) + \underline{G}(\underline{d\sigma}^2)$$

Dans le cas général, ce principe ne sera pas valide. En particulier, il ne le sera jamais dans le cas de lois incrémentales non-linéaires.

Les chemins de sollicitation en “marches d’escalier” posent alors la question naturelle suivante : si les courbes-réponses convergent, quand la longueur de la marche tend vers 0, vers des courbes-asymptotes, de combien ces courbes-asymptotes diffèrent-elles des courbes réponses fournies par une intégration directe de la loi sur le chemin rectiligne proportionnel correspondant ?

L’expérience nous donne une réponse qualitative : les différences sont faibles. Qu’en est-il alors avec notre modèle ?

Les figures 2 et 3 présentent une telle comparaison dans le cas de chemins de sollicitation à étreinte latérale constante, sur le sable d’Hostun dense (fig. 2) et lâche (fig. 3). Ce chemin est décomposé en marches d’escalier dont les parties horizontales sont des chemins isotropes en contraintes et les parties verticales des chemins à contrainte moyenne constante. Naturellement, pour l’intégration de la loi de comportement, chacune de ces parties est elle-même redécomposée en incréments élémentaires. Nous pouvons noter sur ces figures que :

- (i) lorsque les dimensions de la marche tendent vers 0, les courbes-réponses convergent,

- (ii) les courbes-asymptotes obtenues diffèrent faiblement des courbes-réponses fournies par une intégration de la loi sur le chemin proportionnel rectiligne.

La figure 4 présente des résultats analogues, le chemin de sollicitation étant ici constitué par un chemin axisymétrique à contrainte moyenne constante. Les chemins de décomposition sont des décharges isotropes (parties horizontales) et des charges axisymétriques à étreinte latérale constante.

Là encore les réponses ne s'éloignent pas sensiblement des courbes-réponses obtenues par intégration de la loi sur les chemins proportionnels rectilignes. Notons sur cette figure les fortes discontinuités en dérivée des réponses, discontinuités induites par les passages successifs de "charge" en "décharge" (même si ces notions n'ont plus ici qu'une valeur de repérage).

En conclusion de cette étude, nous pouvons retenir que, même lorsque le principe de superposition des sollicitations incrémentales n'est jamais rigoureusement vérifié en théorie, les résultats montrent qu'il l'est de manière approchée, validant par là les résultats obtenus par les presses asservies, qui suivent nécessairement de manière approximative un chemin de sollicitation donné.

6 - Unicité et stabilité

6.1. Unicité

La relation (10) peut être considérée comme une transformation non-linéaire de R_6 dans R_6 :

$$\varepsilon_\alpha = G_\alpha(d\sigma_\beta)$$

Cette relation est localement inversible, et l'unicité est alors assurée au plan local, si le déterminant de la matrice-gradient de la transformation - c'est à dire le Jacobien de la transformation - est non nul :

$$(23) \quad \det M \neq 0$$

Cette unicité "locale" n'implique pas en général l'unicité "globale".

Cependant, il est possible de démontrer que, G étant homogène et le Jacobien non-nul, la fonction G est surjective. La propriété d'injectivité assurerait le caractère bijectif de G et donc l'unicité globale. Mais l'injectivité est très délicate à établir dans le cas général sur la base des hypothèses d'homogénéité et de non-nullité du Jacobien (Darve [22]).

Par contre, on peut établir la propriété suivante : Soit Σ une surface continue entourant l'origine de l'espace des contraintes incrémentales telle qu'en aucun point le plan tangent à Σ ne passe par l'origine. Alors, si G est homogène à Jacobien non-nul, la surface transformée de Σ : $G(\Sigma)$ est telle qu'en aucun point le plan tangent ne passe par l'origine de l'espace des déformations incrémentales (Darve [22]).

Dans la pratique, si G est "suffisamment" régulière et définie de manière analytique, cette propriété entraîne l'injectivité.

Par ailleurs, comme le Jacobien de G est strictement positif en élasticité, nous obtenons alors une condition suffisante d'unicité par :

$$(24) \quad \forall u : \det M > 0$$

Il faut noter que cette condition n'est pas nécessaire. Des contre-exemples simples peuvent être trouvés. Un exemple classique de perte d'unicité est constitué par la condition d'incompressibilité, qui peut être atteinte à la suite d'une histoire particulière de sollicitation et pour des états de contrainte-déformation donnés. La condition d'incompressibilité s'écrit :

$$(25) \quad \forall d\sigma : \det \varepsilon_v = d\varepsilon_{ii} = 0$$

Pour être vérifiée, la relation (25) nécessite que les trois premières lignes de M soient linéairement dépendantes, ce qui impose au Jacobien d'être nul. La condition (24) n'est alors plus vérifiée. Un autre exemple de perte d'unicité incrémentale est le cas des matériaux plastiques radoucissants. Il est clair ici que, après le maximum de contrainte axiale (pour prendre un exemple en conditions axisymétriques), pour une même valeur de la contrainte incrémentale axiale, deux valeurs de la déformation incrémentale axiale sont possibles : l'une correspond à la poursuite de la "charge" et l'autre à une "décharge".

Enfin, un cas est intéressant, celui de la plasticité parfaite. Considérons l'inverse de la relation (12) :

$$(26) \quad d\sigma = M^{-1}(u)d\varepsilon$$

La condition de plasticité parfaite peut s'écrire :

$$d\sigma = 0 \quad \text{et} \quad \|d\varepsilon\| \quad \text{indéfini non nul.}$$

Elle pourra être vérifiée si et seulement si :

$$(27) \quad \det M^{-1}(u) = 0$$

La relation (27) s'interprète comme le critère de plasticité du matériau, comme nous l'avons vu précédemment. Par ailleurs, nous avons :

$$(28) \quad M^{-1}(u)d\varepsilon = 0$$

La relation (28) et l'équation (27) permettent en général de déterminer entièrement la direction de $d\varepsilon$ mais non son intensité : nous avons là l'équivalent d'une règle d'écoulement.

Dans le cas d'une relation exprimant $d\varepsilon$ en fonction de $d\sigma$, l'existence de points de perte d'unicité constitutive a été étudiée de manière plus systématique pour un sable dense et pour un sable lâche dans des conditions de chargement axisymétriques. Pour cela, une représentation polaire du déterminant du tenseur constitutif a été choisie.

Le principe de la construction graphique consiste, en un état de contrainte-déformation donné, à reporter la valeur du déterminant sur un rayon vecteur correspondant à différentes directions de la contrainte incrémentale axisymétrique ($d\sigma_1, \sqrt{2} d\sigma_2 = \sqrt{2} d\sigma_3$). L'ensemble des directions est donc

investiguée en un point donné et l'annulation du déterminant se traduit par une courbe en polaire passant par l'origine.

Sur un chemin de sollicitation donné (tel que la compression triaxiale axisymétrique), le premier état de contrainte-déformation pour lequel le déterminant s'annule dans une première direction de contrainte peut alors être détecté. Ensuite, un cône de directions de perte d'unicité s'ouvre progressivement.

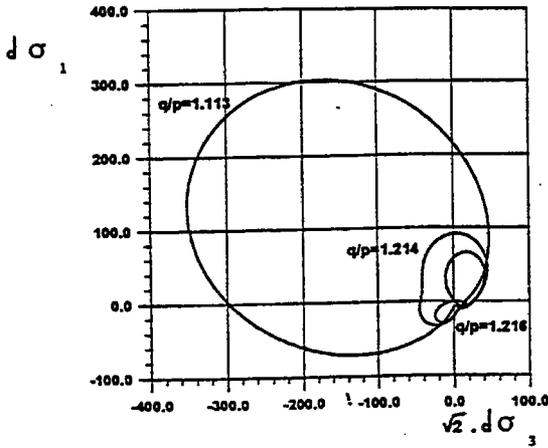


Figure 5 : Représentation polaire des variations du déterminant constitutif avec la direction de contrainte pour différents états de contrainte, dans le cas axisymétrique et pour le sable lâche de Hostun. Modèle incrémental non-linéaire.

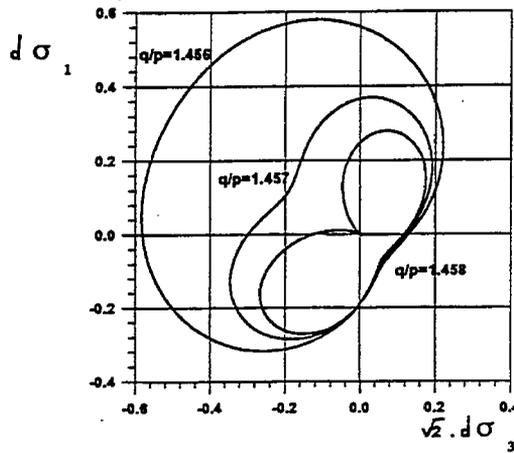


Figure 6 : Représentation polaire des variations du déterminant constitutif avec la direction de contrainte pour différents états de contrainte, dans le cas axisymétrique et pour le sable dense de Hostun. Modèle incrémental non-linéaire.

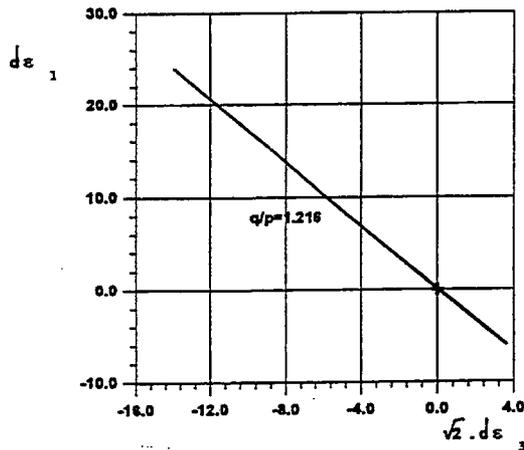
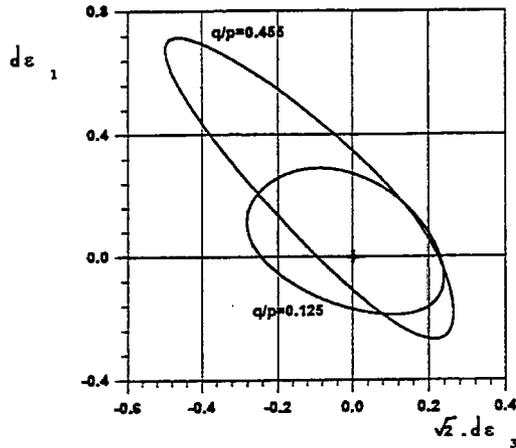
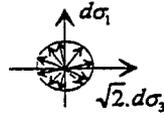


Figure 7 : Dégénérescence progressive de l'enveloppe-réponse dans le cas axisymétrique et pour le sable lâche de Hostun. La figure inférieure correspond à l'état de contrainte pour lequel le déterminant constitutif s'annule pour "la première fois" dans une direction donnée.

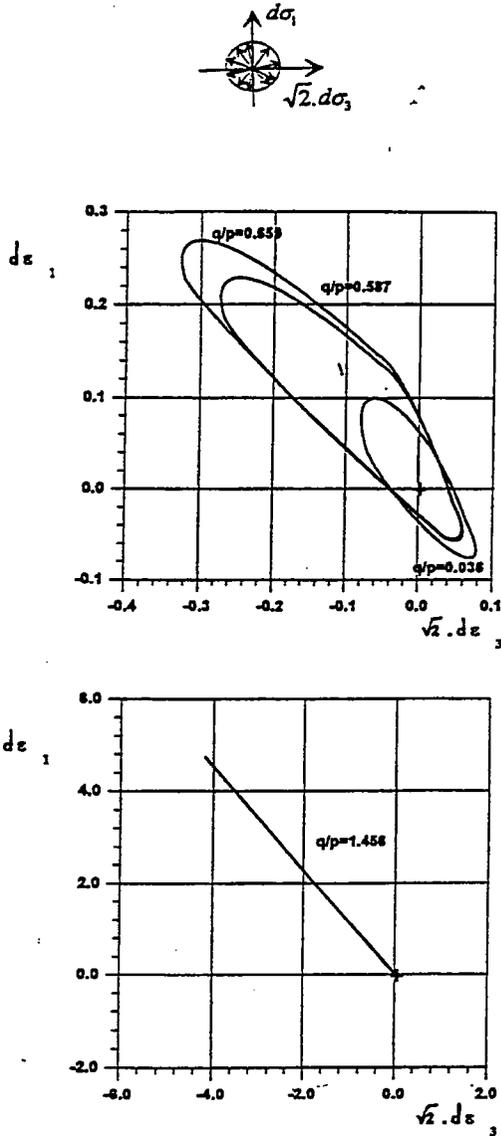


Figure 8 : Dégénérescence progressive de l'enveloppe-réponse dans le cas axisymétrique et pour le sable dense de Hostun. La figure inférieure correspond à l'état de contrainte pour lequel le déterminant constitutif s'annule pour "la première fois" dans une direction donnée.

Des exemples de telles représentations polaires du déterminant sont donnés sur la figure 5 pour le sable de Hostun lâche et sur la figure 6 pour le sable dense. Dans les deux cas, le déterminant s'annule dans une première direction de contrainte pour un niveau de contrainte respectivement égal à :

- pour le sable lâche :

$$\eta_b = q/p = 3(\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + 2\sigma_3) = 1.22$$

- pour le sable dense :

$$\eta_b = q/p = 1.46$$

(les valeurs limites de η , correspondant au critère de plasticité de Mohr-Coulomb, sont égales à : $\eta_1 = 1.38$ pour le sable lâche, $\eta_1 = 1.66$ pour le sable dense).

Une première analyse de ces résultats montre que ces valeurs négatives du déterminant constitutif ne sont pas dues à l'introduction d'un comportement radoucissant dans le modèle, puisque ce n'est pas le cas a priori pour le sable lâche et que, pour le sable dense, nous n'avons volontairement pas pris en compte un tel radoucissement.

Une analyse plus approfondie va nécessiter de tracer les "enveloppes-réponses", suivant la méthode proposée par G. Gudehus [12]. Les enveloppes-réponses sont bâties à partir des extrémités des vecteurs déformations incrémentales obtenus comme réponses à des contraintes incrémentales toutes de même norme

$$((d\sigma_1)^2 + 2(d\sigma_3)^2 = \text{constante})$$

mais de directions différentes.

Les figures 7 et 8 fournissent ces enveloppes-réponses dans les cas respectifs du sable lâche et du sable dense. Nous notons que ces enveloppes-réponses dégénèrent progressivement quand le niveau de contrainte augmente jusqu'à se transformer en un segment de droite pour : $\eta = \eta_b$. Cela implique que :

$$\forall d\underline{\sigma} : \frac{d\underline{\varepsilon}}{\|d\underline{\varepsilon}\|} = \text{constante}$$

Dans le cas tridimensionnel plus général, on montrerait que :

$$\forall d\underline{\sigma} : \exists \alpha, \beta, \gamma \quad \alpha d\varepsilon_1 + \beta d\varepsilon_2 + \gamma d\varepsilon_3 = 0$$

(Darve et Roguiez, [23]).

Le cas de l'incompressibilité incrémentale apparaît comme un cas particulier avec :

$$\alpha = \beta = \gamma = 1.$$

De manière générale, cette relation doit être interprétée comme représentant une contrainte volumique interne au matériau, qui traduit le fait qu'un matériau granulaire subissant de grandes déformations développe un

comportement volumique spécifique (dilatance/ contractance sous cisaillement).

6.2. Stabilité

Les questions de stabilité sont plus délicates à discuter, ne serait-ce que du fait de l'absence même de consensus sur une définition opératoire de la stabilité.

Dans le contexte des lois de comportement incrémentales, nous pourrions dire qu'un état de contrainte-déformation est stable si, pour toute sollicitation incrémentale "petite" appliquée à partir de cet état, la réponse incrémentale est également "petite". Cette définition correspond à la notion de stabilité telle qu'elle a été introduite par Lyapunov [24].

Une telle définition amène à conclure que, sur le critère de plasticité, tous les états présentent une perte d'unicité (réponse en déformation indéfinie en intensité) et de stabilité (existence de sollicitations "petites" menant à de "grandes" déformations).

Nous verrons que les questions de stabilité se posent également à l'intérieur strict du critère de plasticité, étant entendu que, hors du cas de l'élasto-plasticité associée, unicité et stabilité sont deux notions distinctes du fait de la non-symétrie du tenseur constitutif.

Hill [14], puis Mroz [15], ont proposé une condition suffisante de stabilité en considérant la différence entre travail interne et travail externe pour toute sollicitation incrémentale, ce qui se traduit par une condition de signe sur le travail du second ordre :

$$(29) \quad d^2W = d\sigma_{ij}d\varepsilon_{ij} > 0$$

Cette condition suffisante n'est pas nécessaire, des états stables ayant été trouvés sur des contre-exemples par Mandel [16].

Avec la relation (12), la condition (29) s'écrit :

$$d^2W = d\sigma_{\alpha}M_{\alpha\beta}d\sigma_{\beta} = {}^t d\sigma M d\sigma > 0$$

Soit en considérant la décomposition de M en sa partie symétrique et sa partie anti-symétrique :

$$d^2W = {}^t d\sigma^S M d\sigma + {}^t d\sigma^A M d\sigma > 0$$

Or :

$${}^t d\sigma^A M d\sigma = 0$$

Donc :

$$(30) \quad d^2W = {}^t d\sigma^S M d\sigma > 0$$

La relation (30) doit être vérifiée pour tout $d\sigma$. Elle implique :

$$(31) \quad \forall du : \det^S M > 0$$

La condition (31) représente une condition suffisante de stabilité. Elle ne se confond avec la condition suffisante d'unicité (24) que si le tenseur constitutif M est symétrique (ce qui est le cas en hyperélasticité et en élasto-plasticité associée).

Comme nous savons de manière générale que le déterminant de la partie symétrique d'une matrice définie positive est toujours inférieur au déterminant de la matrice elle-même, nous pouvons conclure que la perte de stabilité précède la perte d'unicité (Nova, R. [17]) par rapport à un paramètre fonction monotone croissante du chargement.

Finalement, nous allons montrer des exemples où la perte de stabilité (en terme de condition suffisante exprimée par (29)) apparaît clairement à l'intérieur du critère de plasticité.

Pour cela, nous allons considérer le même sable de Hostun que précédemment, à l'état dense et à l'état lâche et les mêmes modèles de comportement, incrémental non-linéaire et octo-linéaire.

Nous allons également choisir une représentation polaire pour le travail du second ordre, que nous allons normaliser puisque nous nous intéressons plus particulièrement à son annulation.

$$t = d^2 W / \|d\sigma\| \|d\varepsilon\| = \frac{d\sigma : d\varepsilon}{\|d\sigma\| \|d\varepsilon\|}$$

est, dans cet esprit, une grandeur intéressante qui représente exactement la cosinus de l'angle entre les deux vecteurs généralisés $d\sigma$ et $d\varepsilon$, quand on peut raisonner en axes principaux. t varie ainsi entre -1 et +1.

Les figures 9 et 10 fournissent ainsi les variations de t dans une représentation polaire en fonction de la direction de la contrainte pour le sable lâche et le sable dense. Les courbes polaires sont tracées pour différents niveaux de contrainte, caractérisés par η . Ces courbes passent par l'origine, traduisant l'annulation du travail du second ordre dans une première direction de contrainte, pour des valeurs de η égales à :

- pour le sable lâche :

$$\eta_i = 0.45 \text{ (modèle incrémental non-linéaire)}$$

$$\eta_i = 0.33 \text{ (modèle octo-linéaire)}$$

- pour le sable dense :

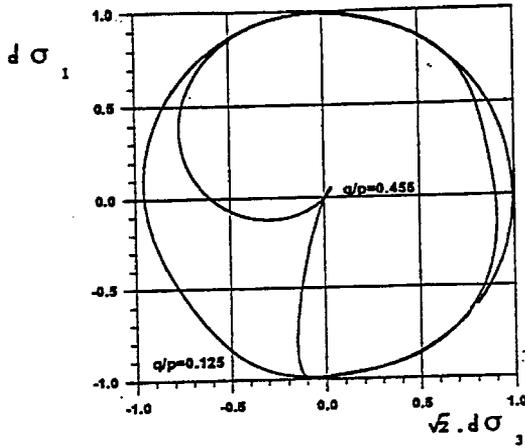
$$\eta_i = 0.83 \text{ (modèle incrémental non-linéaire)}$$

$$\eta_i = 0.66 \text{ (modèle octo-linéaire).}$$

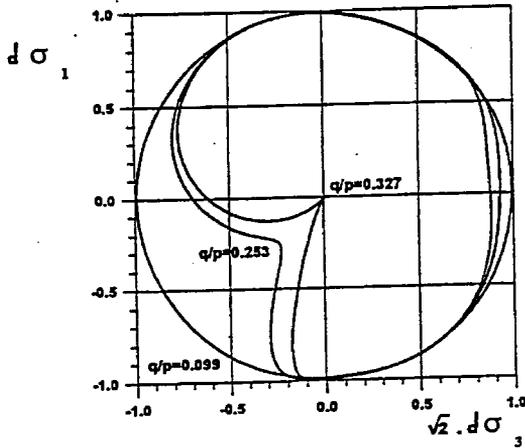
Il apparaît ainsi un large domaine dans l'espace des contraintes où le sable est potentiellement instable. Naturellement nous vérifions que le critère de perte de stabilité est vérifié avant le critère de perte d'unicité. Il est également intéressant de noter que la première direction instable paraît être sensiblement indépendante de la densité du sable et du modèle de comportement choisi, mais qu'elle est très différente de la première direction de bifurcation par perte d'unicité constitutive. Si l'on poursuit le chargement,

cette première direction d'instabilité s'élargit progressivement en un cône de directions potentiellement instables.

$$q/p = 3(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + 2\sigma_3)$$



(Incremental non-linear model)



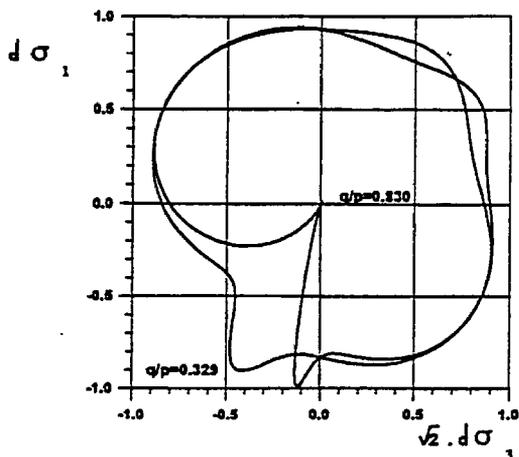
(Piece-wise linear model)

Figure 9 : Représentations polaires du travail du second ordre normalisé :

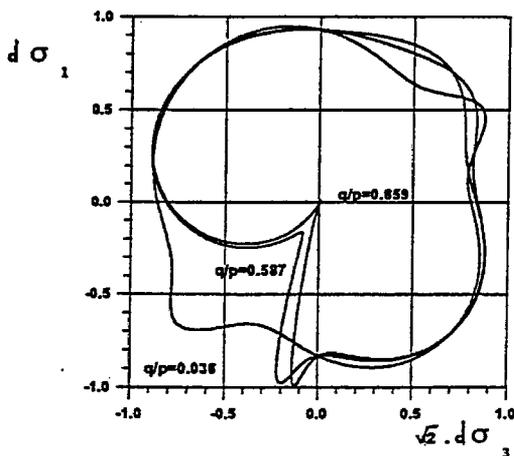
$$t = d^2W / |d\sigma| |d\epsilon|$$

pour différents états de contrainte en fonction de la direction de contrainte, dans le cas axisymétrique et pour le sable lâche d'Hostun. La figure supérieure a été obtenue avec le modèle incrémental non-linéaire et la figure inférieure avec le modèle octo-linéaire.

$$q/p = 3(\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + 2\sigma_3)$$



(Incremental non-linear model)



(Piece-wise linear model)

Figure 10 : Représentations polaires du travail du second ordre normalisé : $t = d^2W / |d\sigma| |d\epsilon|$

pour différents états de contrainte en fonction de la direction de contrainte, dans le cas axisymétrique et pour le sable dense d'Hostun. La figure supérieure a été obtenue avec le modèle incrémental non-linéaire et la figure inférieure avec le modèle octo-linéaire

6.3. Conclusions

Les résultats, que nous venons de dégager par rapport aux pertes d'unicité et de stabilité dans les matériaux granulaires, ont des conséquences majeures pour la modélisation numérique du comportement de ces matériaux et dans la pratique.

Sur le plan numérique, il est clair que, en cas de perte de stabilité et *a fortiori* en cas de perte d'unicité locale, on doit s'attendre à de sérieuses difficultés de convergence pour les algorithmes mis en oeuvre, mais il faut également questionner le caractère intrinsèque ou objectif de la solution numérique trouvée, quand les difficultés numériques ont été franchies.

Sur le plan pratique, à côté des bifurcations du mode de déformation d'un champ sensiblement homogène vers un champ strictement localisé en bandes de cisaillement, nous venons de mettre en évidence la possibilité de bifurcations, que l'on peut qualifier d'homogènes en ce sens qu'il s'agit de bifurcations du chemin de réponse local (Darve, Pal, Roguiez [25]). Le choix de la branche bifurquée dépendra, par contre, dans la pratique, des imperfections locales. Ces bifurcations "homogènes" (parce que essentiellement constitutives) peuvent ainsi aboutir à des champs de contrainte et de pression interstitielle hétérogènes, ce qui paraît avoir été noté expérimentalement.

Une autre application pratique importante pourrait être constituée par les ruptures de stabilité de pentes sous faible ou très faible pente. En mer, des pentes de quelques degrés de sable lâche saturé ont parfois donné lieu à des ruptures catastrophiques. De telles ruptures ont également été notées à terre. Elles ne peuvent être expliquées par une application classique du critère de Mohr-Coulomb, pour lequel de telles pentes sont réputées stables. D'après les calculs présentés plus haut, ces ruptures pourraient être le fait d'instabilités liées à une perte de positivité du travail du second ordre.

La modélisation de la liquéfaction des sables saturés, que nous n'avons pas évoquée ici, a par ailleurs fait l'objet de plusieurs articles (Darve [27], Darve [28], Darve [29]).

7. Conclusion

Les questions majeures à poser en conclusion de ce papier sont sans doute les deux suivantes :

- quels sont les avantages présentés par les modèles incrémentaux non-linéaires ?
- dans quels cas a-t-on intérêt à les utiliser ?

Pour la première question, nous trouvons des réponses à différents niveaux :

- (i) pour ce qui concerne le comportement mécanique à décrire, il paraît clair à l'analyse (Hill [19]) que les modèles incrémentaux linéaires par morceaux ne peuvent être directement rattachés par une analyse microstructurale qu'à

des matériaux possédant une microstructure particulière faisant apparaître des directions de plans de glissement privilégiées. Les géomatériaux ne vérifiant pas ces conditions, cet aspect incrémental non-linéaire paraît devoir être pris en compte dans la modélisation.

- (ii) L'identification de nos modèles incrémentaux non-linéaires ne nécessite les déterminations ni d'une surface de limite élastique (que l'on sait devoir être singulière et varier de manière complexe avec l'histoire de sollicitations) ni de règles d'écoulement (elles aussi particulièrement délicates à déterminer expérimentalement). La calibration de nos modèles s'effectue de manière directe sur des essais à étreinte latérale constante (voir, par exemple, Darve et Dendani [10]).

On bénéficie ici du fait qu'il n'y a pas, dans nos modèles, de séparation entre déformation élastique et plastique, les deux étant intimement couplées au sein de la formulation non-linéaire - le caractère irréversible des déformations étant précisément assuré par cet aspect non-linéaire. En revanche, comme dans les modèles élasto-plastiques conventionnels, nous avons à caractériser l'histoire de la sollicitation par des paramètres de mémoire, qui sont nécessairement à la fois de nature continue et discrète. Cependant, la détermination de paramètres constitutifs devra, à l'avenir, de plus en plus être menée à partir de résultats d'essais in situ. Le recours aux méthodes d'analyse inverse devient alors inévitable et un faible nombre de paramètres est nécessaire. Par ailleurs, pour une intégration commode dans un code de calculs par la méthode des éléments finis, il est préférable que la contrainte incrémentale soit exprimée explicitement en fonction de la déformation incrémentale.

Dans ce double objectif, nous développons actuellement des modèles constitutifs incrémentaux non-linéaires très simples à 5 paramètres et donnant, par une méthode duale, $d\sigma$ comme une fonction de $d\varepsilon$ (Darve et Pal [26]).

La réponse à la deuxième question peut également être organisée autour de deux aspects : les chemins non-proportionnels et les états de bifurcation. Nous les abordons successivement :

- (i) Les deux Workshops internationaux qui se sont tenus pour comparer les lois de comportement entre elles sur la base d'une procédure de benchmarks (voir Gudehus, Darve, Vardoulakis [20] et SAADA, BIANCHINI [9]) ont clairement dégagé le fait que, sur des chemins de sollicitation proportionnels, modèles élasto-plastiques à un ou plusieurs potentiels et modèles incrémentaux non-linéaires fournissent des prédictions voisines tandis que, en non-proportionnels, les écarts peuvent être drastiques. Il y a là sans doute un domaine d'application avantageux pour les modèles non-linéaires. Nous en avons donné des illustrations dans ce papier.

- (ii) On sait de manière générale que les états de bifurcation dépendent essentiellement de la structure de la loi de comportement : par exemple, en élasto-plasticité associée pertes d'unicité et de stabilité coïncident, ce qui

n'est plus le cas en non-associé, ou bien, en ce qui concerne la naissance des bandes de cisaillement, le critère de bifurcation par annulation du tenseur acoustique tangent est fondamentalement fonction du tenseur non-visqueux. Unicité et stabilité ont été considérés dans ce papier à travers plusieurs exemples, montrant que ces questions se posaient y compris à l'intérieur strict du critère de plasticité. La question de la description de la naissance des bandes de cisaillement par le modèle incrémental non-linéaire a été présentée précédemment (par exemple, Darve [21]). A travers ces différents exemples, la richesse de la description rhéologique est apparue comme indispensable à une modélisation quantitative de la réalité.

Sur le fond, il est patent que les matériaux granulaires sont le siège de multiples phénomènes d'instabilités et de bifurcations, comme tous les milieux développant de fortes irréversibilités. Pour être réalistes, les modèles constitutifs doivent prendre en compte ces phénomènes, qui en retour induisent des difficultés numériques certaines, mais la description de la réalité paraît être à ce prix.

Références

1. OWEN D.R., WILLIAMS W.O., "On the time derivatives of equilibrated response functions", ARMA, vol. 33, n° 4, pp 288-306 (1969)
2. DARVE F., "L'écriture incrémentale des lois rhéologiques et les grandes classes de lois de comportement", dans le "Manuel de Rhéologie des Géomatériaux", ed. F. DARVE, publ. Presses des Ponts et Chaussées, pp 129-152 (1987)
3. DARVE F., "Incrementally non-linear constitutive relationships", dans "Geomaterials Constitutive Equations and Modelling", ed. F. DARVE, publ. Elsevier Applied Science, pp 213-238 (1990)
4. VALANIS K.C., "A theory of viscoplasticity without a yield surface", Archives of Mechanics, vol. 23, pp 517-551, (1971)
5. KOLYMBAS D., "Generalized hypoelastic constitutive equation", dans "Constitutive Equations for Granular non-cohesive soils", ed. A. SAADA et G. BIANCHINI, publ. BALKEMA, pp 349-366 (1989)
6. DESRUES J., CHAMBON R., HAMMAD W., CHARLIER R., "Soil modelling with regard to consistency. Cloe a new rate type constitutive model", dans "Constitutive laws for engineering materials", ed. DESAI, KREML, FRANTZISKONIS et SAADAT MANESH, publ. ASME Press, pp 399-402 (1991)
7. DAFALIAS Y.F., "Bounding surface plasticity. I. Mathematical foundation and hypoplasticity", J. Eng. Mech., vol. 112, n° 9, pp 966-987 (1986)
8. DARVE F., CHAU B., DENDANI H., "Incrementally multi-linear and non-linear constitutive relations. A comparative study for practical use", dans "Numerical Methods in Geomechanics", ed. G. SWOBODA, publ. BALKEMA, vol. 1, pp 37-44 (1988)

9. SAADA A., BIANCHINI G., "Constitutive equations for granular non-cohesive soils", publ. A.A. BALKEMA (1989)
10. F; DARVE, DENDANI H., "An incrementally non-linear constitutive relation and its predictions", dans "Constitutive Equations for Granular Non-cohesive Soils", ed. A. SAADA et G. BIANCHINI, publ. BALKEMA, pp 237-254, (1988)
11. MEGHACHOU M., Thèse de doctorat, Laboratoire Sols Solides Structures, Grenoble, (1993)
12. GUDEHUS G., "A comparison of some constitutive laws for soils under radially symmetric loading and unloading", comptes rendus Int. Conf. Num. Meth. Geomech., ed. W. WITTKKE, publ. BALKEMA, vol. 4, pp 1309-1324 (1979)
13. DARVE F., CHAU B., "Constitutive instabilities in incrementally non-linear modelling", dans "Constitutive Laws for Engineering Materials", ed. C.S. DESAI, publ. Elsevier Science Publishing Co., pp 301-310 (1987)
14. HILL R., "A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids", J. of the Mech. and Phys. of Solids, vol. 6, pp 236-249 (1958)
15. MROZ Z., "On forms of constitutive laws for élastic-plastic solids", Arch. Mech. Stos. vol. 1, n°18, pp 3-34 (1966)
16. MANDEL J., "Conditions de stabilité et postulat de Drucker", dans "Rhéologie et Mécanique des Sols", ed. Kravtchenko et Sirieys, publ. Springer Verlag, pp 58-68 (1964)
17. NOVA R., "Liquefaction stability bifurcations of soils via strainhardening plasticity", Comptes rendus du Workshop on localisation and bifurcation of granular bodies, Gdansk (1989)
18. DARVE F., FLAVIGNY E., MEGHACHOU M., "Numerical modelling of undrained behaviour of very loose sands by loading paths with sharp bends", dans "Numerical Models in Geomechanics", ed. PANDE et PIETRUSZCZAK, publ. BALKEMA, pp 85-94 (1992)
19. HILL R., "Eigenmodal deformations in elastic plastic continua", J. Mech. Phys. Solids, vol. 15, pp 371-386 (1967)
20. GUDEHUS G., DARVE F., VARDOULAKIS I., "Constitutive relations for soils", publ. A.A. BALKEMA (1984)
21. DARVE F., "An incrementally non-linear constitutive law of second order and its application to localization", dans "Mechanics of Engineering Materials", ed. C.S. DESAI et R.H. GALLAGHER, publ. Wiley and Sons, pp 179-196 (1984).
22. DARVE F., "Stability and uniqueness in geomaterials constitutive modelling", 3rd Int. Workshop on Localisation and Bifurcation Theory for Soils and Rocks, ed. Chambon, Desrues, Vardoulakis, publ. Balkema, pp 73-88 (1994)
23. DARVE F., ROGUIEZ X., "Homogeneous bifurcation in soils", 4th Int. Workshop on Localisation and Bifurcation Theory for Soils and Rocks, ed. Oka, publ. Balkema, à paraître (1998)
24. LYAPUNOV A.M., "Problème général de la stabilité de mouvement", Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, Vol. 9, pp 203-474 (1907)

25. DARVE F., PAL O., ROGUIEZ X., "Material instabilities and bifurcations in granular media", Numerical Models in Geomechanics, ed. Pande et Pietruszczak, publ. A.A. Balkema, pp 167-173 (1997)
26. DARVE F., PAL O., "Une nouvelle loi rhéologique incrémentale non-linéaire à 5 paramètres", Ouvrages Géomatériaux et Interactions, ed. Petit, Pijaudier-Cabot et Reynouard, publ. Hermès, pp 353-376 (1997)
27. DARVE F., "La liquéfaction des matériaux granulaires : le phénomène et sa modélisation", Des Géomatériaux aux Ouvrages, ed. Petit, Pijaudier-Cabot et Reynouard, publ. Hermès, pp 349-372 (1995)
28. DARVE F., "Liquefaction phenomenon : modelling, stability and uniqueness", Int. Conf. on the Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems, ed. Arulanandan et Scott, publ A.A. Balkema, pp 1305-1319 (1993)
29. DARVE F., "Liquefaction phenomenon of granular materials and constitutive instability", Int. J. of Engineering Computations, vol. 13, n°7, pp 5-28 (1998)

Sur le comportement hydroplastique des sols

Hydroplastic constitutive equations for soils

Stéphane Bonelli - Patrice Anthinac

Cemagref

Division "Ouvrages hydrauliques et équipements pour l'irrigation"

Le Tholonet BP31 - 13612 Aix-en-Provence cedex

Tél : 04 42 66 99 45 Fax : 04 42 66 88 65

E-Mail : stephane.bonelli@cemagref.fr

Résumé. Le comportement hydroplastique des sols est étudié au travers du formalisme usuel, mais récent dans ce domaine, de la thermodynamique des processus irréversibles et de l'élastoplasticité. L'utilisation de ce formalisme unifié, complétée de deux applications à des barrages, suggère des voies pour renforcer les liens avec l'ingénierie, ainsi qu'avec la recherche non finalisée.

Abstract. *The behavior of hydroplastic soils is formulated in the frame of the thermodynamics of irreversible processes and elastoplasticity. This unified formalism, and two examples involving dams, allow some suggestions to reinforce the connection with engineering, and with the disciplinary research.*

mots-clés : sols non saturés, modèles de comportement, plasticité, barrages

key words : *unsaturated soils, constitutive relations, plasticity, dams*

1. Introduction

La définition usuelle de la rhéologie est la science de l'écoulement. Le Groupe Français de Rhéologie a défini la rhéologie comme la science des relations entre les contraintes et les déformations d'un élément de volume, compte tenu de leur histoire. On conclut que l'on a affaire à des phénomènes essentiellement irréversibles. La rhéologie ne conduit pas à des théories générales ou universelles, mais à des modèles de comportement explicatifs qui reflètent la sagacité et l'intuition du mécanicien. Véritable interface entre la recherche fondamentale - qui regarde le monde physique - et la recherche finalisée ou technologique - qui agit sur le monde physique - la rhéologie a de fait vocation à des applications d'ingénierie.

Ce sont ces trois points que l'on se propose d'aborder implicitement - phénomènes irréversibles, lieu d'expression du mécanicien et science d'interface - à travers nos travaux sur le comportement des matériaux de type "sols" utilisés dans les barrages, où l'eau joue un rôle crucial. Il ne s'agit donc pas d'un survol de l'état de l'art dans le domaine des sols déformables non saturés, mais de la manière dont nous utilisons cet état de l'art pour aboutir à des résultats exploitables par l'ingénierie, en terme de modèles [BON95b].

C'est la thermodynamique des processus irréversibles (TPI) qui est en toile de fond. Nous nous plaçons du point de vue du mécanicien qui veut utiliser la TPI pour restreindre ses modèles de comportement, et non du point de vue

du physicien qui cherche à la justifier ou à la discuter. Nous choisissons également le cadre des milieux élastoplastiques avec variables internes : c'est actuellement la classe de modèles la plus consensuelle, dont l'efficacité et la robustesse ne sont plus à démontrer.

L'aspect polyphasique des sols constitue une facette supplémentaire du rôle d'interface que peut jouer la rhéologie, entre la "mécanique des solides déformables" et "les écoulements en milieu poreux non saturés". Il s'agit d'en unifier les formulations et le vocabulaire, mais aussi de rendre compte des couplages de manière rigoureuse.

2. Cas des sols saturés

2.1. Inégalité de Clausius-Duhem

Les travaux d'O.Coussy [COU91] ont grandement contribué à une formulation unifiée de la mécanique des sols saturés, et permis des avancées dans la connaissance de la rhéologie du couplage hydromécanique. L'une des idées clés est d'utiliser comme dérivée matérielle pour le milieu poreux la dérivée particulaire par rapport au solide :

$$\dot{\underline{a}} = \partial \underline{a} / \partial t + \text{grad}(\underline{a}) \cdot \underline{v}$$

Ce qui suit est basé sur ces travaux. Les équations de conservation des masses solides (grains incompressibles) et fluides sont des outils de travail fondamentaux; elles s'écrivent :

$$-\dot{n} + (1-n)\text{div}(\underline{v}) = 0 \quad n \frac{\dot{\rho}_w}{\rho_w} + \text{div}(\underline{v}) + \frac{1}{\rho_w} \text{div}(\underline{w}) = 0 \quad (1)$$

Le bilan de quantité de mouvement et le bilan de moment cinétique est établi pour le milieu poreux. En négligeant les forces d'inertie, il conduit à l'équation d'équilibre en contraintes totales et à la symétrie de celles-ci, que l'on rappelle pour mémoire :

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}} + \rho \underline{g} = \underline{0} \quad \underline{t} \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} \quad (2)$$

L'application de ces lois de conservation et des deux premiers principes de la thermodynamique permet d'écrire une forme de l'inégalité de Clausius-Duhem en description eulérienne¹ :

$$D = D_1 + D_2 \geq 0 \quad (3)$$

$$D_1 = (\underline{\underline{\sigma}} + p_w \underline{1}) : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} + n p_w \frac{\dot{\rho}_w}{\rho_w} - \rho \dot{\phi} \quad D_2 = -(\text{grad } p_w - \rho_w \underline{g}) \cdot \frac{\underline{w}}{\rho_w} \quad (4)$$

Si on décompose les tenseurs en parties sphériques et déviatoriques, la puissance de dissipation fait apparaître la contrainte effective² introduite par Terzaghi en 1936³ :

¹ Cette écriture est due à l'utilisation d'une densité d'énergie libre massique; l'utilisation d'une densité d'énergie libre volumique conduit à une expression moins opérationnelle [COU91].

$$p' = p + p_w \quad (5)$$

2.2. Lois d'état

On suppose que la densité massique d'énergie libre du milieu poreux φ s'exprime comme moyenne massique des densités d'énergie libre du squelette φ_s et de l'eau φ_w :

$$\rho\varphi = \rho_d\varphi_s + n\rho_w\varphi_w \quad \rho_d = (1-n)\rho_s \quad (6)$$

L'énergie libre de l'eau, considérée comme un fluide parfait, exprime sa compressibilité :

$$\rho_w\varphi_w = \rho_w\varphi_w(\rho_w) \quad (7)$$

La classe de modèles de comportement utilisée suppose que la contrainte irréversible est nulle, et que l'énergie libre se décompose en énergie élastique emmagasinée et en énergie réversible stockée par modification de l'état interne :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad (8)$$

$$\rho_d\varphi_s(\varepsilon, \varepsilon^p, \alpha) = \rho_d\varphi^e(\varepsilon^e) + \rho_d\varphi^p(\alpha) \quad (9)$$

La dérivée matérielle de la densité massique d'énergie libre φ peut également s'écrire, grâce aux équations de conservation de masse solide et fluide, comme une moyenne massique⁴ :

$$\rho\dot{\varphi} = \rho_d\dot{\varphi}_s + n\rho_w\dot{\varphi}_w \quad (10)$$

On obtient les lois d'état du système, qui définissent l'élasticité de l'eau, ainsi que l'élasticité du squelette et les lois d'écrouissage :

$$\rho_w = \rho_w \frac{\partial \varphi_w}{\partial \rho_w}(\rho_w) \quad (11)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^d = \rho_d \frac{\partial \varphi^e}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^d}(\varepsilon^e) \quad , \quad p' = \rho_d \frac{\partial \varphi^e}{\partial \varepsilon^{ev}}(\varepsilon^e) \quad , \quad A = - \rho_d \frac{\partial \varphi^p}{\partial \alpha}(\alpha) \quad (12)$$

Pour un matériau isotrope, la loi de comportement élastique se décompose en deux lois de comportement scalaires : une pour les parties sphériques p' et ε^{ev} , qui serait mise en évidence sur un essai de compression simple en décharge, et une pour les déviateurs σ^d et ε^{ed} , qui serait mise en évidence sur un essai de cisaillement simple en décharge.

² Cette décomposition n'est pas possible en description lagrangienne, qui a l'avantage de décrire une cinématique simple, mais l'inconvénient de mal rendre compte de l'état de contrainte : une contrainte sphérique dans la configuration actuelle n'est plus sphérique dans la configuration initiale; c'est ce qui rend problématique la prise en compte d'un fluide parfait, et l'utilisation du principe des contraintes effectives en description lagrangienne.

³ C'est l'utilisation du formalisme thermodynamique qui a permis de montrer que ce principe n'est plus vrai si le constituant solide est compressible [COU91].

⁴ Cette écriture est possible grâce à l'utilisation de densités d'énergies libres massiques.

En pratique, en ingénierie, les deux seuls essais disponibles sont les essais triaxiaux et les essais œdométriques. Les essais triaxiaux ne sont jamais réalisés avec une décharge : ils sont inexploitable pour l'identification élastique. Les essais œdométriques le sont parfois.

L'élasticité des sols reste un problème ouvert. Les spécialistes des matériaux granulaires pensent que cette élasticité n'est due qu'à l'élasticité des grains solides eux-mêmes, et n'est en aucune cas imputable aux réarrangement de ces grains. Les concepts de travail des matériaux granulaires ne sont cependant pas adaptés à des matériaux fin de type argileux, où les forces de cohésion sont non négligeables. Cette élasticité fait toujours l'objet de recherches, expérimentales et théoriques. Elle joue un rôle majeur lorsque l'on s'intéresse aux ouvrages en service, que ce soit sous sollicitation statique ou en dynamique.

La raideur élastoplastique du sol est décrite par la loi d'écrouissage, isotrope ou cinématique suivant la complexité souhaitée du modèle et des résultats attendus. Pour un matériau isotrope, elle se décompose également en deux lois de comportement scalaires : une pour les parties sphériques, qui serait mise en évidence sur un essai de compression simple (en charge), et une pour les déviateurs, qui serait mise en évidence sur un essai de cisaillement simple (en charge).

En pratique, ce sont les essais triaxiaux et œdométriques qui servent à cette identification, fortement liée au savoir-faire du modélisateur, et très peu à l'expérimentateur. Les essais œdométriques permettent des identifications satisfaisantes et consensuelles de la pente de compression λ sur la courbe $(e, \log(-\sigma_2))$. Les essais triaxiaux contiennent également une information riche sur la rigidité du sol, mais ils ne sont jamais exploités dans ce sens par les praticiens⁵. L'utilisation de l'hyperbole de Duncan, proposée par J. Biarez [BIA96], permet de définir un module tangent à l'hyperbole⁶ dont les avantages sont multiples :

- ce module est proche du module sécant au voisinage de 1% de déformation, gamme dans laquelle travaille un ouvrage en service ;
- la définition d'un module standard permettrait de comparer les essais ;
- l'hyperbole de Duncan est un outil aussi simple et efficace que consensuel⁷, largement connu par les chercheurs et ingénieurs, qui est à la source de bases de données, et qui peut très bien se traduire en loi d'écrouissage.

5 Pour s'en convaincre, il suffit de lire les cours de mécanique des sols enseignés dans les écoles d'ingénieurs, ainsi que les avant-projets sommaires ou détaillés d'ouvrages de géotechnique.

6 au lieu d'utiliser la tangente à la courbe expérimentale

7 C'est le modèle de Duncan qui n'est pas consensuel (manque de rigueur du critère de charge).

2.3. Lois d'état complémentaires

Lorsque les lois d'état sont vérifiées, l'inégalité de Clausius-Duhem s'écrit :

$$D = D_1 + D_2 \geq 0 \quad D_1 = \underline{\underline{\sigma}}^d : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^d + p \dot{\epsilon}^{pv} + A \dot{\alpha} \quad (13)$$

Sous l'hypothèse de normalité du mécanisme de dissipation dû à l'écoulement de l'eau dans les pores, et pour un potentiel de dissipation quadratique défini positif, la positivité de la dissipation D_2 conduit à la loi linéaire de Darcy (1854) :

$$D_2 \geq 0 \quad \frac{w}{\rho_w} = - \frac{1}{\mu_w K} \cdot (\text{grad } p_w - \rho_w g) \quad (14)$$

Le tenseur de perméabilité peut dépendre des variables d'état. L'influence de l'indice des vides sur la perméabilité saturée d'un sol fin est bien mise en évidence sur un essai de perméabilité à l'œdomètre. Par contre, l'influence du tenseur de déformation sur le tenseur de perméabilité est un domaine prometteur à explorer; cet aspect de la rhéologie du couplage hydromécanique donne, sur les barrages rigides, des résultats novateurs pour l'ingénierie [FAU91]. Dans le cas des barrages en terre, la mise en place et le compactage des matériaux fins conduisent à une anisotropie de perméabilité horizontale/verticale de plusieurs unités (4 à 10), dont aucun modèle ne rend compte actuellement.

Les lois d'état complémentaires, nécessaires pour décrire complètement le modèle de comportement, sont définies par une surface de charge $f(p', \sigma^d, A)$ et un potentiel de dissipation $g(p', \sigma^d, A)$ ⁸ :

$$\dot{\lambda} \geq 0, f \leq 0, \dot{\lambda} f = 0 \quad (15)$$

$$\dot{\epsilon}^{pv} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial p'}, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^d = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^d}, \dot{\alpha} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial A} \quad (16)$$

Lorsque le modèle est standard généralisé, la surface de charge définit le potentiel de dissipation ($g=f$), mais ceci est rarement le cas lorsque l'on veut décrire un peu finement la physique, que ce soit pour les métaux ou les géomatériaux. Le cadre extrêmement synthétique des matériaux standards généralisés a donné de très bons résultats dans son application aux métaux; il permet de mener des études d'existence et d'unicité, et fournit également des outils d'analyse limite pleinement opérationnels. Le caractère non standard des modèles élastoplastiques pour les sols a longtemps été considéré comme un véritable handicap, conduisant certains à remettre en question ce cadre de travail.

Plusieurs extensions de la loi de dissipation normale ont été proposées. Citons en particulier la nouvelle classe des "matériaux standards implicites", basée sur l'introduction d'un potentiel unique - le bi-potentiel - fonction des vitesses et des forces associées [DES92, BER93]. Le modèle des matériaux

⁸ En fait, plusieurs mécanismes plastiques peuvent être nécessaires pour bien décrire le comportement d'un sol, mais ceci n'est qu'une difficulté technique [BON93] et n'apporte rien à la présente réflexion sur le couplage hydroplastique.

standards implicites semble capable de décrire par le même formalisme les modèles constitutifs utilisés pour les sols. Du point de vue théorique, les intérêts sont multiples. Il devrait être possible d'étendre le calcul variationnel usuel pour l'étude de l'existence de solution du problème aux limites, qui conditionne fortement leur résolution numérique : les résultats actuels ne valent que pour des lois de dissipation associées [COU91]. Cette approche devrait également permettre la prise en compte d'un comportement à la rupture plus réaliste dans les méthodes aux états limites ultimes, dont l'utilisation est banalisée en ingénierie : là également les résultats actuels ne valent que dans le cas associé [SAL83, SAL97], qui peut conduire à des charges limites supérieures au cas non associé [CHE90], ce qui ne va pas dans le sens de la sécurité.

Nous avons ici une illustration de l'apport de la rhéologie des sols (caractère non standard) à la recherche non finalisée (développement d'une nouvelle classe de matériaux), susceptible d'un apport à terme pour l'ingénierie (amélioration, voire innovation des méthodes numériques et des logiciels).

La positivité de la seule puissance de la dissipation mécanique D_1 n'a pas été supposée, et n'est pas nécessaire : c'est également un aspect - encore peu étudié - du couplage hydromécanique. C'est également ce qui rend indispensable une bonne modélisation du seul comportement mécanique.

3. Cas des sols non saturés

3.1. Inégalité de Clausius-Duhem

On considère cette fois que le sol est non saturé. Pour simplifier, on ne prend pas en compte la dissolution de l'air dans l'eau ni la transformation d'eau en vapeur. L'équation de conservation de la phase solide reste identique. L'eau est considérée incompressible en présence d'air; son bilan de masse tient compte de la répartition de l'eau et de l'air dans l'espace poreux, et il faut rajouter l'équation de conservation de l'air compressible :

$$n\dot{S} + S\text{div}(\underline{v}) + \frac{1}{\rho_w} \text{div}(\underline{w}) = 0 \quad n(1-S)\frac{\dot{\rho}_a}{\rho_a} - n\dot{S} + (1-S)\text{div}(\underline{v}) + \frac{1}{\rho_a} \text{div}(\underline{a}) = 0 \quad (17)$$

L'équation d'équilibre du milieu poreux garde la même forme. L'application de ces lois de conservation et des deux premiers principes de la thermodynamique permet d'écrire la forme suivante de l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$D = D_1 + D_2 + D_3 \geq 0 \quad (18)$$

$$D_1 = \sigma : \dot{\varepsilon} - \frac{\rho_w}{\rho_w} \text{div}(\underline{w}) - \frac{\rho_a}{\rho_a} \text{div}(\underline{a}) - \rho \dot{\phi} \quad (19)$$

$$D_2 = - (\underline{\text{grad}} \rho_w \rho_w \underline{g}) \cdot \frac{\underline{w}}{\rho_w} \quad D_3 = - \underline{\text{grad}} \rho_a \cdot \frac{\underline{a}}{\rho_a} \quad (20)$$

A partir des trois équations de conservation de masse solide, d'eau et d'air, on obtient l'expression suivante de D_1 :

$$D_1 = \underline{\sigma}^d : \dot{\underline{\varepsilon}}^d + D_{1p} + n(1-S)\rho_a \frac{\dot{\rho}_a}{\rho_a} - \rho \dot{\phi} \quad (21)$$

$$D_{1p} = (p+p_f)\text{div}(\underline{v}) - ns\dot{S} \quad p_f = p_a - Ss \quad (22)$$

où $s = p_a - p_w$ est la succion, (toujours positive puisque l'eau est un fluide mouillant, contrairement à l'air).

3.2. Lois d'état

La densité massique d'énergie libre du milieu poreux ϕ est supposée s'exprimer comme moyenne massique des densités massiques d'énergie libre du squelette ϕ_s et de l'air ϕ_a . La dérivée matérielle de la densité massique d'énergie libre ϕ peut également s'écrire, grâce aux équations de conservation de masse, comme une moyenne massique :

$$\rho \dot{\phi} = \rho_d \dot{\phi}_s + n(1-S)\rho_a \dot{\phi}_a \quad \rho \dot{\phi} = \rho_d \dot{\phi}_s + n(1-S)\rho_a \dot{\phi}_a \quad (23)$$

L'énergie libre de l'air, considéré comme un gaz parfait, exprime sa compressibilité :

$$\rho_a \dot{\phi}_a = \rho_a \dot{\phi}_a(\rho_a) \quad (24)$$

Supposons, pour fixer les idées, que le degré de saturation fait partie des variables d'état, et est susceptible d'intervenir aussi bien sur l'énergie élastique que sur l'énergie bloquée :

$$\rho_d \dot{\phi}_s(\varepsilon, \varepsilon^p, \alpha, S) = \rho_d \dot{\phi}^e(\varepsilon^e, S) + \rho_d \dot{\phi}^p(\alpha, S) \quad (25)$$

On obtient les lois d'état du système, qui définissent l'élasticité de l'air

$$p_a = \rho_a \frac{\partial \phi_a}{\partial \rho_a}(\rho_a) \quad (26)$$

ainsi que l'élasticité du squelette et les lois d'érouissage

$$\underline{\sigma}^d = \rho_d \frac{\partial \phi^e}{\partial \underline{\varepsilon}^e}(\varepsilon^e), \quad p_f = \rho_d \frac{\partial \phi^e}{\partial \varepsilon^e v}(\varepsilon^e, S), \quad A = - \rho_d \frac{\partial \phi^p}{\partial \alpha}(\alpha, S) \quad (27)$$

et une relation homologque à la courbe de rétention inverse

$$s = - \frac{\rho_s}{e} \frac{\partial \phi_s}{\partial S}(\varepsilon^{ev}, S) \quad (28)$$

Cette classe de modèles élastoplastiques non saturés - que nous appellerons hydroplastiques - considère que les lois d'état du squelette sont affectées par l'état hydrique du sol. Il est raisonnable - pour le moment - de supposer que le comportement déviatoire élastique n'est pas affecté par l'état hydrique.

La description du comportement mécanique sphérique en prenant comme variable la contrainte p_f (22) de Bishop & Blight⁹ (1959), qui n'est finalement qu'une moyenne volumique des contraintes sphériques, permet de décrire correctement les sols fins 'quasi-saturés' avec les mêmes modèles de

⁹ Bishop & Blight ont en fait généralisé cette contrainte à $p = p + p_a - \chi s$ où χ est fonction de S .

comportement que les sols fins saturés¹⁰. En ce qui concerne les sols non saturés, capable par exemple de contractance sous saturation, il est aujourd'hui établi qu'il est extrêmement difficile d'en rendre compte avec le système de variables (p_f, s) et (ε^{ev}, S) [ALO95].

L'approche de type "surfaces d'état", basée sur le système $(p-p_a, s)$ et (ε^{ev}, S) , a conduit à des modèles plus explicatifs. Ils sont basés sur le comportement oedométrique en compression monotone. L'expression la plus utilisée est de la forme

$$e = a + c \log(s) + (b + d \log(s)) \log(-(p + p_a)) \quad (29)$$

Cette équation extrêmement synthétique permet des applications peu coûteuses [GUE95a, GUE95b, GUE97, GUE98], mais elle est limitée à une sollicitation monotone, ce qui rend impossible la modélisation d'un remplissage de barrage par exemple [ALO95].

Le passage de l'état non saturé ($s > 0$, p_a est définie) à l'état saturé ($s = 0$, p_a indéfinie) semble problématique si l'on choisit comme variable d'état $p' = p + p_a$.

En pratique, on travaille sur des sols qui contiennent toujours de l'eau (p_w toujours définie), cette contrainte s'écrit $p' = p - (p_w + s)$, et il n'y a dès lors plus d'état d'âme sur la validité de cette approche, qui conduit bien à la contrainte effective introduite par Terzaghi lorsque le sol est saturé ($s = 0$).

La description du degré de saturation S reste par contre largement ouverte, en fonction de la succion, mais également en fonction de l'état mécanique du sol. C'est le talon d'Achille de tous les modèles actuels [ALO95]. Il est extrêmement difficile de réaliser, et même d'imaginer un essai à degré de saturation fixé, cette grandeur étant non contrôlable et très liée aux variations de volume du sol.

La transformée de Legendre partielle de $\varphi_s(\varepsilon^{ev}, S)$ sur les variables hydriques conduit au potentiel inverse, qui fait apparaître de manière naturelle la teneur en eau volumique :

$$m = \rho_s \frac{\partial \varphi_s^*}{\partial S}(\varepsilon^{ev}, -s) \quad m = eS \quad (30)$$

L'écriture de la dissipation avec cette nouvelle variable fait également apparaître la contrainte $(p + p_a)$ en dualité avec la déformation volumique $\text{div}(\underline{v})$:

$$D_{1p} = (p + p_a) \text{div}(\underline{v}) - (1 - n) s \dot{m} \quad (31)$$

Il semble donc que le système de variables associé à $(p - p_a, s)$ soit (ε^{ev}, m) . La teneur en eau volumique est souvent utilisée en mécanique des sols

¹⁰ Pour fixer les idées, on peut dire qu'un sol quasi-saturé est capable de développer une pression interstitielle significative; il s'agit donc d'un sol fin, dont l'état hydrique est du côté humide de l'optimum Proctor, et ne contenant que de l'air emprisonné en phase non continue.

"classique"¹¹ et fort peu en rhéologie ou modélisation des sols. Quoiqu'il en soit, cette grandeur présente d'indéniables avantages :

- elle est mesurable à tout instant : il suffit de connaître les volumes d'eau; la connaissance de S impose en plus de connaître l'indice des vides à tout instant, ce qui est souvent fort difficile, en particulier sur un essai triaxial ;
- elle est controlable; le contrôle le plus immédiat est de l'imposer constante; les essais non saturés à teneur en eau constante (triaxiaux, sphériques, ou oedométriques) sont réalisables avec les appareils classiques¹² ;
- elle est largement utilisée en pratique; elle fait d'ailleurs partie des prescriptions de chantier, lors du compactage des sols fins, pour lequel un essai non drainé à teneur en eau constante est d'ailleurs le mode opératoire le plus proche de la condition in situ [FRY77].

3.3. Lois d'état complémentaires

Lorsque les lois d'état sont vérifiées, l'inégalité de Clausius-Duhem a la même forme que pour un sol saturé puisque l'on n'a pas introduit d'irréversibilité dans le comportement hydrique :

$$D = D_1 + D_2 + D_3 \geq 0 \quad D_1 = \underline{\underline{\sigma}}^d : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^d + p^d \dot{\epsilon}^v + A \dot{\alpha} \quad (32)$$

Sous l'hypothèse de normalité des mécanismes de dissipation dûs à l'écoulement de l'eau et à celui de l'air dans les pores, et pour des potentiels de dissipation quadratiques définis positifs, la positivité des dissipations D_2 et D_3 conduisent aux lois linéaires habituellement utilisées pour les barrages [ALO95] :

$$D_2 \geq 0 \quad \frac{w}{\rho_w} = - \frac{1}{\mu_w} K \cdot (\underline{\underline{\text{grad}}} p_w - \rho_w \underline{\underline{g}}) \quad (33)$$

$$D_3 \geq 0 \quad \frac{a}{\rho_a} = - \frac{1}{\mu_a} K \cdot \underline{\underline{\text{grad}}} p_a \quad (34)$$

Le tenseur de perméabilité peut dépendre des variables d'état : il dépend non seulement de l'état mécanique (indice des vides, voire tenseur de déformation), mais également de l'état hydrique (degré de saturation ou succion).

On ne modifie en rien les développements précédents en faisant intervenir une variable d'état hydrique comme paramètre dans les lois d'état complémentaires mécaniques :

$$f = f(p', \sigma^d, A, s) \quad g = g(p', \sigma^d, A, s) \quad (35)$$

L'introduction d'irréversibilité hydrique consisterait à compléter les variables internes d'une variable hydrique irréversible, d'une variable associée, et à définir leur relation avec les variables d'état. Cette possibilité fait

¹¹ C'est en fait la teneur en eau pondérale $w = e S \rho_w / \rho_s$, grandeur équivalente à m , qui est utilisée.

¹² Il suffit de fermer le drainage, et de mesurer les teneurs en eau initiales et finales pour la validation.

actuellement l'objet de travaux¹³, et permettrait en particulier de rendre compte du fait que la courbe de rétention est différente en humectation et en dessiccation. L'introduction de ces variables hydriques dans un bi-potentiel ne devrait pas présenter de difficulté technique.

4. Exemples d'applications de modèles hydroplastiques

4.1. Pressions interstitielles dans un sol fin non saturé

La composante "Cam-Clay" du modèle hydroplastique d'Alonso&Gens, qui est l'un des premiers [ALO90], est paramétrée par la succion. Le comportement élastique est basé sur l'essai œdométrique :

$$e = e^0 - \frac{\lambda}{r(s)} \log(-p') \quad r(s) = r - (r-1) \exp(-\alpha s / p_{atm}) \quad (36)$$

où $r=1,1$ à $1,3$. Le sol sec aura une rigidité 10 à 30% supérieure au sol saturé.

La variable d'écroûissage est la déformation volumique plastique ($\alpha = \varepsilon^{pv}$) et la variable associée est la contrainte de consolidation saturée ($A = p'_c$). La rigidité élastique augmente avec la succion :

$$\varepsilon^{ev} = - \frac{\kappa}{r(s)(1+e^0)} \log(-p') \quad (37)$$

La contrainte de consolidation augmente également avec la succion

$$p_{c}^*(s) = p'_c r(s) \quad (38)$$

Les autres composantes du modèle sont celles du modèle Cam-Clay. ■ présente l'avantage appréciable d'être largement connu, et aisément identifiable : c'est ce qui le rend attractif et utilisable par l'ingénierie. Ce type de modèle permet de simuler le développement de pressions interstitielles dans le corps d'un barrage homogène en fonction de la teneur en eau initiale, où la compressibilité de l'air emprisonné joue un rôle important [BON95a].

¹³ En ce qui concerne les sols, ceci n'a pas fait l'objet de publication à notre connaissance.

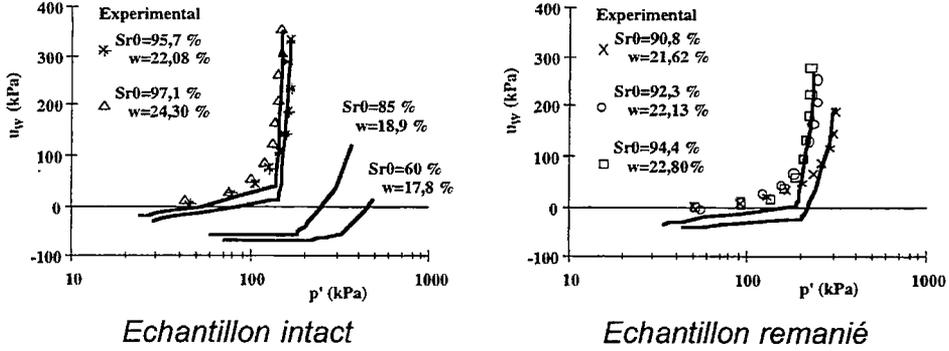


Figure 1. Compression sphérique non saturée à teneur en eau constante

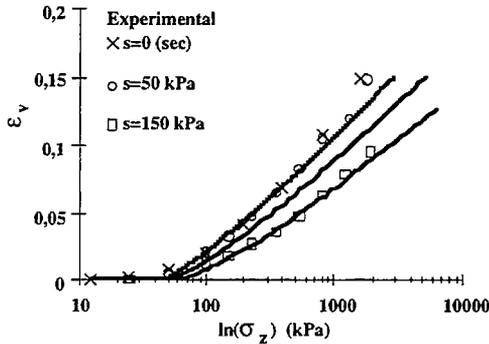


Figure 2. Compression œdométrique à succion constante

La figure 1 montre les courbes d'essais sphériques¹⁴ à teneur en eau constante réalisés sur échantillons intacts (après compactage in situ) et remaniés, qui ont permis l'identification de la fonction $r(s)$ [POU93]. La figure 2 montre les courbes d'essais œdométriques à succion constante réalisés sur échantillons intacts¹⁵ [COU93]. Les traits représentent les simulations numériques.

Les figures 3 et 4 montrent les isolignes - par tranches de 10 kPa - de pression interstitielle dans le corps du barrage en fin de construction pour une teneur en eau initiale égale à l'optimum Proctor Normal (figure 3) ou supérieure de 6 points à celui-ci (figure 4). Il est remarquable que l'essai

¹⁴ Le terme sphérique est préférable au terme isotrope : l'un se rapporte aux grandeurs mécaniques (contraintes et déformations sphériques ou déviatoriques), l'autre a trait au comportement (isotrope ou anisotrope).

¹⁵ Le tracé en fonction de la déformation volumique ϵ^v est, du point de vue mécanique, plus interprétable que le tracé classique en fonction de l'indice des vides e ; il permet d'évacuer le biais dû à l'influence de l'indice des vides initial; ici, ce tracé montre clairement qu'une succion de 50 kPa n'a pas d'influence sur le comportement mécanique.

Proctor, très utilisé en géotechnique, n'est jamais évoqué lors de l'étude du comportement des sols non saturés, ni pris en compte dans les modélisations, ni en identification, ni en validation. La présente application est une tentative d'utilisation intelligente de cet essai [BON95a], qui est une passerelle précieuse et solide vers l'ingénierie.

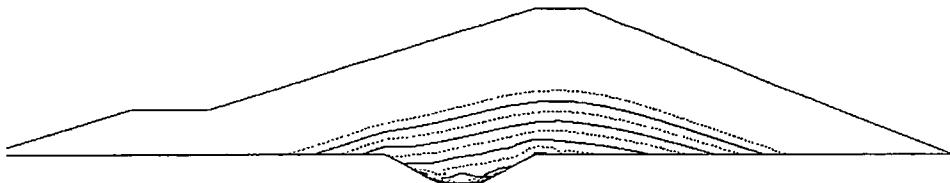


Figure 3. Pression interstitielle en fin de construction pour une teneur en eau initiale $w=19\%$ ($=w_{OPN}$)

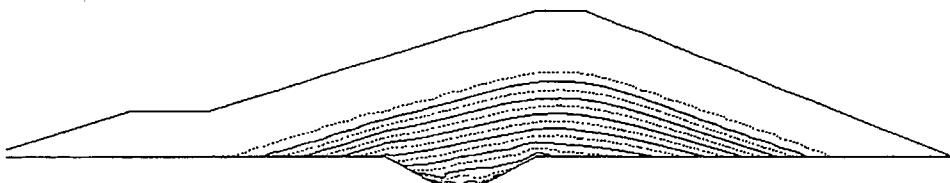


Figure 4. Pression interstitielle en fin de construction pour une teneur en eau initiale $w=25\%$ ($=w_{OPN}+6$)

La figure 5 montre l'influence de la teneur en eau initiale sur le coefficient de sécurité au glissement circulaire du parement aval en fin de construction. Chaque point de cette courbe représente une simulation de la construction par éléments finis, puis un calcul de stabilité par la méthode de Bishop prenant en compte le champ de pression interstitielle simulé.

Le coefficient de sécurité des barrages homogènes à court terme est en pratique calculé de deux manières. La plus ancienne utilise les caractéristiques totales (c_u, ϕ_u), qui ne sont pas des constantes matérielles.

La seconde possibilité utilise les caractéristiques effectives (c', ϕ'), et un coefficient r_u permettant d'évaluer les pressions interstitielles en fonction de la contrainte totale verticale due au poids du sol situé au-dessus. Ces deux méthodes ne rendent pas compte de l'influence de la teneur en eau et de la perméabilité sur le développement des pressions interstitielles, ce qui a parfois conduit à des déboires [POU93].

Ceci est un exemple d'application de la rhéologie à l'ingénierie. Il a en effet été nécessaire de revenir aux lois constitutives pour prendre en compte l'influence de l'état hydrique du matériau argileux sur sa rigidité mécanique.

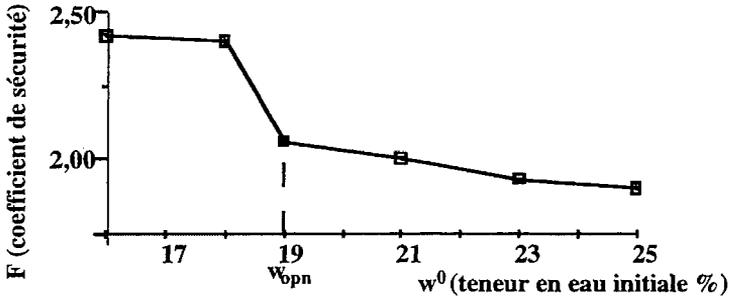


Figure 5. Coefficient de sécurité du parement aval au glissement circulaire en fin de construction en fonction de la teneur en eau initiale

4.2. Tassement d'enrochements lors de la mise en eau

L'introduction de l'eau dans un enrochement fragilise les arêtes et les pointes, et provoque un tassement de ceux-ci sous le poids des couches situées au-dessus. L'amplitude de ces tassements masque complètement la relaxation due au déjaugage. Ce couplage hydromécanique est de nature physique différente de celui des sols fins, mais sa prise en compte est réalisée dans le même cadre que l'application précédente.

La variable d'écroutissage est le frottement mobilisé saturé ($A=R$), qui définit l'apparition d'irréversibilités sous cisaillement. On suppose que celui-ci dépend du degré de saturation :

$$\|\sigma^d\| + R^*(S)p' \leq 0 \quad R^*(S) = (1-rS)R \quad (39)$$

où $r=0,1$ à $0,2$. Un enrochement sec mobilisera 10 à 20% plus de frottement qu'un enrochement saturé.

Le reste du modèle est formellement identique à un modèle classique (élasticité non linéaire, état caractéristique, écroutissage limité) à la prise en compte de l'écrasement près (surface de rupture parabolique). Le paramétrage de la surface de charge par S suffit à reproduire ce qui est observé sur les essais triaxiaux contrôlés en déplacement [VE183] : une diminution de la résistance et une contractance sous saturation (figure 6).

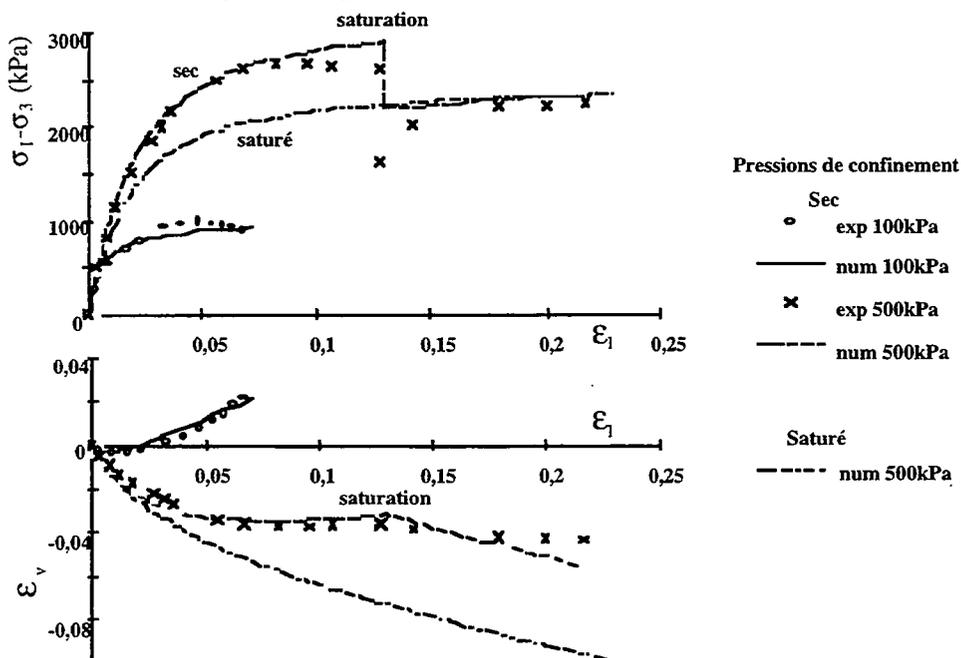


Figure 6. Essais triaxiaux sur enrochements secs et saturés

Ce modèle permet de simuler le tassement d'enrochements dans la recharge amont d'un barrage à noyau entre la fin de construction et la fin du remplissage [ANT98]. La figure 7 montre le tassement des enrochements secs de la recharge amont en fin de construction. La figure 8 montre le tassement de ceux-ci entre la fin de construction et la fin du remplissage. Ce tassement est uniquement dû à l'influence du degré de saturation S qui passe de zéro (sec) à un (saturé) dans l'équation (39). Les simulations habituelles ne tiennent pas compte d'un tel effet, ce qui conduit à un déplacement vers le haut de la recharge lors du remplissage, observé sur la figure 9 pour lequel $r=0$ (modèle élastoplastique classique) [GUE94]. Ce déplacement est imputable à la diminution d'environ 50% de la contrainte verticale par déjaugage. Il n'est pas observé in situ.

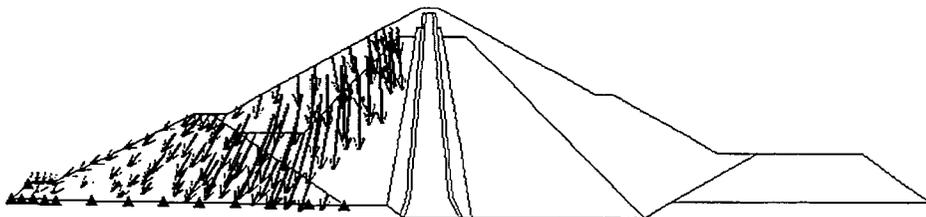


Figure 7. Tassement des enrochements secs de la recharge amont en fin de construction.

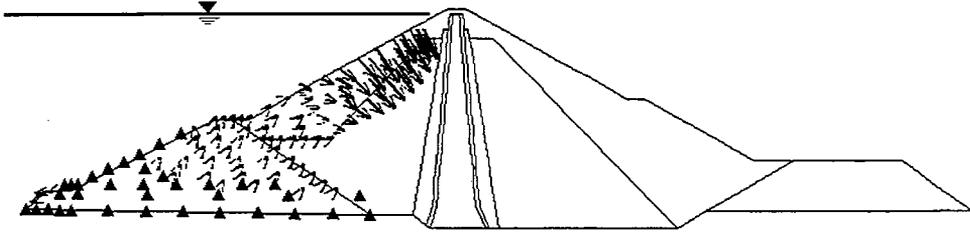


Figure 8. Tassement des enrochements de la recharge amont entre la fin de construction et la fin du remplissage avec le modèle hydroplastique.

Ceci est un exemple d'application de la rhéologie à l'ingénierie. Il a en effet été nécessaire de bien comprendre les mécanismes physiques en jeu, puis de revenir aux lois constitutives pour prendre en compte - de manière macroscopique - l'influence de l'état hydrique de l'enrochement sur son comportement mécanique. Rendre compte des observations in situ est important dans le cadre de l'utilisation d'un modèle unique¹⁶ destiné au suivi d'un barrage en enrochements au cours de son existence, qui fait partie des préoccupations actuelles de l'ingénierie [TAR97].

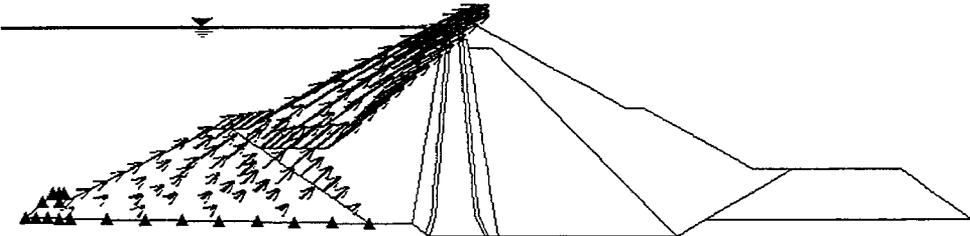


Figure 9. Déplacements verticaux des enrochements de la recharge amont entre la fin de construction et la fin du remplissage avec un modèle élastoplastique classique

5. Conclusion

Une approche unifiée du comportement hydroplastique des sols non saturés a été abordée dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. L'utilisation du modèle récent des matériaux standards implicites devrait contribuer à unifier d'avantage les équations constitutives élastoplastiques. Grâce à ces deux outils issus de la recherche non

¹⁶ La pratique actuelle, habituelle en géotechnique, consiste à utiliser plusieurs modèles pour le même matériau et le même ouvrage, suivant le type de sollicitation et le type de résultat attendu. Une autre pratique banalisée en ingénierie consiste à utiliser un même modèle pour le même matériau et le même ouvrage, avec plusieurs jeux de constantes matérielles, suivant le type de sollicitation et le type de résultat attendu. Ces pratiques reflètent à la fois les besoins de la profession et les lacunes en rhéologie des sols.

finalisée, dont une utilisation systématique est suggérée, il est possible de couvrir avec le même formalisme une large classe de sols. Les deux exemples que sont les argiles compactées et les enrochements de barrages en sont des extrêmes.

Une réinterprétation moderne des essais de laboratoire classiques (triaxiaux, œdométriques, Proctor) permettraient de renforcer les liaisons avec l'ingénierie. Les suggestions suivantes vont dans ce sens : calcul systématique du module tangent à l'hyperbole de Duncan sur les essais triaxiaux, utilisation de l'essai Proctor en modélisation, utilisation de la teneur en eau comme variable d'état, et comme variable de contrôle pour les essais de laboratoire, essais triaxiaux, sphériques et œdométriques non saturés non drainés.

La rhéologie est étroitement reliée aux essais de laboratoires et à la modélisation. Les modèles utilisés par l'ingénierie n'ont de sens que si ils peuvent être identifiés par des essais réalisés par l'ingénierie (donc banalisés, voire normalisés). Cette cohérence, qui nécessite également de la simplicité dans les concepts, ne peut être possible que si un lien étroit existe avec la recherche non finalisée.

6. Bibliographie

- [ALO90] Alonso E.E., Gens A. & Josa A., A constitutive model for partially saturated soils, *Géotechnique* 40, (3), 405-430, 1990.
- [ALO95] Alonso E.E. & Delage, *Unsaturated soils*, Proceedings of the first international conference on unsaturated soils, Paris, 6-8 sept, Rotterdam : Balkema, 1995.
- [ANT98] Anthiniac P., Bonelli S., Carrère A. & Débordes O., Modelling Saturation settlements in rockfill dams, International Symposium on New Trends and Guidelines on Dam Safety, Barcelona, 17-19th June, 1998.
- [BER93] Berga A., *Calculs élastoplastiques des sols à lois non associées par éléments finis basés sur l'approche des matériaux standards implicites*, Thèse de Doctorat, UTC, 129 p, 1993.
- [BIA96] Biarez J.&al, Difficultés expérimentales et palliatifs pour utiliser au mieux les résultats expérimentaux, document de travail de la table ronde ECP, 31 mai 1996, 65 p.
- [BON93] Bonelli S., *Contribution à la résolution de problèmes élastoplastiques de mécanique des sols et d'écoulements non saturés par la méthode des éléments finis*. Thèse de Doctorat, Université Aix-Marseille II, 253 p, 1993.
- [BON95a] Bonelli S., Poulain D., Unsaturated elastoplastic model applied to homogeneous earthdam behaviour. *First Int. Conf. on Unsaturated Soils*, Paris, Septembre 6-8, 1995.
- [BON95b] Bonelli S., Modélisation par la méthode des éléments finis des sols déformables partiellement saturés - Application aux barrage en terre, Séminaire "Les modèles au Cemagref", Gif-sur-Yvette, 12-13 octobre 1995.
- [CHE90] Chen W. F. & Liu X. L., *Limit analysis in soil mechanics*, Amsterdam : Elsevier, 1990.
- [COU91] Coussy O., Mécanique des milieux poreux, Technip, 1991, 437 p.
- [COU93] Courtin P., *Etude expérimentale de la compressibilité de matériaux de barrages compactés, non saturés, en vue de la détermination de la surface d'état*. Mémoire D.E.A., CERMES-E.N.P.C., 94 p, 1993.
- [DEL98] Delage P., Le comportement des sols non saturés. *Journées d'Etudes "Nouvelles Approches en Mécanique des Sols"*, E.N.P.C., 34 p, 1998.
- [DES92] De Saxcé G., Une généralisation de l'inégalité de Fenchel et ses applications aux lois constitutives', C. R. Acad. Sci. Paris, t. 314, Série II, p. 125-129, 1992.
- [FAU91] Fauchet B., Analyse proplastique des barrages en béton et de leurs fondation - rôle de la pression interstitielle, Thèse de Doctorat, ENPC, 317p, 1991.
- [FRY77] Fry J.J., Contribution à l'étude et à la pratique du compactage, Thèse de Doctorat, ECP, 443 p, 1977.

[GUE94] Guellouz L., Bonelli S., Débordes O. & Royet P., Evaluation of pore pressure and settlements of an embankment dam under static loading. *3rd Benchmark Workshop on Numerical Analysis of Dams*. Theme B1. Gennevilliers, France 29-30 sept, 1994.

[GUE95a] Guellouz L., Bonelli S. & Débordes O., Couplage hydraulique-mécanique dans les sols non-saturés - Application aux barrage en terre, 2ème Colloque National en Calcul des Structures, 16-19 mai 1995, Giens.

[GUE95b] Guellouz L., *Modélisation du couplage hydraulique-mécanique dans les sols non saturés - Application aux barrages en terre*. Thèse de Doctorat, Université Aix-Marseille II, 137 p, 1995.

[GUE97] Guellouz L., Bonelli S. & Débordes O., Modélisation du couplage entre mécanique des sols et écoulement en milieu poreux - Application à la simulation numérique de la construction d'un barrage en terre, *Les Annales Maghrébines de l'Ingénieur*, Vol 4, N°1, 1997.

[GUE98] Guellouz L., Bonelli S. & Débordes O., Modélisation numérique de l'écoulement non saturé dans un milieu poreux déformable - couplage écoulement d'eau/déformation du sol, 6ème colloque Maghrébin sur les Modèles Numériques de l'Ingénieur, 24-26 nov 1998, Tunis.

[POU93] Poulain D., *Pressions interstitielles de construction dans les barrages homogènes en matériaux argileux humides*. Thèse de Doctorat, Université Bordeaux I, 199 p, 1993.

[SAL83] Salençon J., *Calcul à la rupture et analyse limite*, Ponts&Chaussées, 1983.

[SAL97] Salençon J., *Calcul à la rupture appliqué au calcul des ouvrages*, Les méthodes de calcul de la stabilité des ouvrages en géotechnique, ENPC, 7-9 oct 1997.

[TAR97] Tardieu B. & Ozanam O., *Arsinoe 3+2 - le MODAP - le modèle accompagnateur de projet*, Saut Technologique, rapport de synthèse, 89 p, 1997.

[VEI83] Veiga Pinto A.A., *Previsao do comportamento estrutural de barragens de enrocamento*. Lisboa: Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, 1983.

7. Notations

$\dot{a} = \frac{\partial}{\partial t} a + \text{grad}(a) \cdot \underline{v}$: dérivée
particulaire par rapport à la
matrice solide

n, e : porosité, indice des vides

S : degré de saturation

m, w : teneur en eau volumique,
pondérale

\underline{u} : déplacement de la matrice solide

$\underline{v} = \dot{\underline{u}}$: vitesse de déplacement de
la matrice solide

$\underline{w}, \underline{a}$: vitesse de filtration de l'eau,
de l'air

ρ, ρ_d : masse volumique totale,
sèche

ρ_s : masse volumique solide

ρ_w, ρ_a : masse volumique de l'eau,
de l'air

$\underline{\sigma}$: tenseur des contraintes totales

$\underline{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\underline{\text{grad}}u + {}^t(\underline{\text{grad}}u))$: tenseur
linéarisé des déformations de
la matrice solide

$\varepsilon^v = \text{trace}(\underline{\varepsilon})$: déformation
volumique

$\underline{\varepsilon}^e, \underline{\varepsilon}^p$: tenseurs des
déformations élastiques,
plastiques

α, A : variables d'écrouissages

$p = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\sigma})$: contrainte
sphérique totale

$\underline{\sigma}^d = \underline{\sigma} - p\underline{1}$: contraintes
déviatoires

p_w, p_a : pression interstitielle,
pression de l'air

s : succion

\underline{g} : vecteur accélération de la
pesanteur (axe Oz dirigé vers
le haut)

φ : densité massique d'énergie libre
totale

φ_s : densité massique d'énergie
libre de la matrice solide

φ^e, φ^p : densité massique d'énergie
élastique, bloquée du
squelette

φ_w, φ_a : densité massique d'énergie
libre de l'eau, de l'air

\underline{K} : tenseur de perméabilité de la
matrice solide

μ_w, μ_a : viscosité dynamique de
l'eau, de l'air

λ : multiplicateur plastique

f, g : surface de charge, potentiel
de dissipation

λ, κ : indice de compression, indice
de décharge mesurés sur
essai œdométrique saturé

p'_c : pression de consolidation
saturée (variable
d'écrouissage isotrope)

p_c^* : contrainte de consolidation
non saturée (limite élastique
en compression sphérique)

r, α : constantes matérielles
décrivant l'influence de la
succion sur le comportement
mécanique

R : niveau de contrainte saturé
(variable d'écrouissage
isotrope)

R^* : niveau de contrainte non
saturé (limite élastique sur
compression triaxiale)

Etude en laboratoire du comportement hydro-mécanique des sols fins compactés

Laboratory study of compacted fine soil hydro-mechanic behaviour

Daniel Poulain, Hugues Girard, Paulin Kouassi

Cemagref, Groupement de Bordeaux

50, Avenue de Verdun

33612 CESTAS CEDEX

Résumé : Les sols fins compactés constituent des milieux triphasiques complexes dont le comportement dépend d'une part de la nature intrinsèque du matériau et, d'autre part, des caractéristiques du compactage réalisé. Par ailleurs, lorsque la teneur en eau est supérieure à celle de l'Optimum Proctor Normal, le sol compacté se situe dans le domaine des sols quasi-saturés dont le comportement est encore mal connu.

Les travaux menés par la Division Ouvrages et Réseaux Hydrauliques dans ce domaine sont ici présentés. Dans une première partie, est abordé le développement des pressions interstitielles dans les remblais constitués de matériaux argileux humides ; ainsi, sont présentées successivement une approche théorique aboutissant à la proposition d'une méthode de calcul puis une approche expérimentale basée sur des essais spécifiques en laboratoire. Dans une seconde partie, une nouvelle méthode de compactage des sols fins en laboratoire est présentée ; son développement se poursuit dans le souci d'améliorer la représentativité des échantillons compactés en laboratoire. L'influence du mode de compactage sur les caractéristiques mécaniques du matériau est mise en évidence. Ces travaux se poursuivent actuellement dans la perspective d'améliorer les méthodes d'approches du comportement hydraulique et mécanique des sols fins compactés.

Abstract: *Compacted fine soil constitute three phasis materials whose behavior depends on the one hand on the intrinsic nature of the material and, on the other hand, on the characteristics of the compaction realized. Furthermore, when the water content is superior to the one of the Optimum Normal Proctor, compacted soil is close to the saturation ; the behavior of these quasi - saturated soil is still poorly known .*

Works led by the hydraulics and civil engineering division in this area are here presented. In a first part, the development of pore pressures in fillings constituted of wet clayey material is approached ; thus, are presented successively a theoretical approach ending to the proposal of a method of calculation then an experimental approach based on specific tests in the laboratory. In a second part, a new method of fine soil compaction in the laboratory is presented ; its has been developed in order to improve the compaction of representative specimens in the laboratory. The influence of the mode of compaction on the mechanical characteristics of the material is put in forward. This work is currently carried on in the perspective of improving investigations of the mechanical and hydraulic behavior of fine soil compactions.

Introduction

A l'heure actuelle, si les méthodes de calcul des remblais en terre ont considérablement évolué, un certain nombre de questions ne sont pas complètement résolues au niveau du comportement des sols fins qui les constituent.

Les sols fins compactés pour la réalisation de ces ouvrages sont, lors de leur mise en place, des milieux non saturés dont le comportement est encore mal connu. Les mesures réalisées sur certains barrages montrent que la phase de saturation de ces matériaux, précédant un régime hydraulique permanent, peut demander plusieurs années et même plusieurs dizaines d'années pour les matériaux de très faible perméabilité, ainsi que pour les nombreux ouvrages subissant des cycles remplissage / vidange fréquents. Il est donc nécessaire, pour assurer une bonne sécurité de ces ouvrages, de mieux connaître leur comportement dans cette phase transitoire de leur vie. Il convient en particulier d'améliorer la connaissance des phénomènes suivants :

- le développement des pressions interstitielles pendant la construction et au cours des premières années de la vie du barrage dans le cas des matériaux fins quasi-saturés ;
- l'anisotropie des matériaux constituant le remblai, induite par le compactage et la consolidation.

Dans ce cadre, des essais et des modes de compactage de laboratoire représentatifs doivent être développés. Les travaux menés au sein de la Division Ouvrages et réseaux Hydrauliques sur les deux points phénoménologiques sont ici présentés.

1. Développement des pressions interstitielles dans les matériaux humides

Les méthodes classiques du calcul de stabilité à court terme de remblai en terre homogène sont basées sur les caractéristiques mécaniques c_u et ϕ_u du matériau, obtenues par des essais triaxiaux non consolidés, non drainés (UU). Il s'avère que plusieurs ouvrages homogènes ainsi calculés ont connu des ruptures pendant leur construction ou peu après. On peut notamment citer les cas, en France, des barrages de Mirgenbach et Mondely [Dupas, 1991].

Dans chacun de ces cas, les matériaux argileux mis en place avaient été soigneusement compactés et présentaient une teneur en eau supérieure de plusieurs points à l'Optimum Proctor Normal ; par ailleurs, de fortes pressions interstitielles ont été constatées dans ces remblais. Après chacune de ces ruptures de nombreux essais triaxiaux UU ont été réalisés sur des échantillons intacts prélevés dans la zone concernée par le glissement ; les calculs de stabilité (calcul à la rupture prenant en compte les contraintes totales) réalisés en retenant les valeurs c_u et ϕ_u les plus médiocres de l'ensemble de ces essais, ont conduit à des coefficients de sécurité très nettement supérieurs à 1.

Seul un calcul en contraintes effectives, qui a permis de prendre en compte les fortes pressions interstitielles constatées, a conduit à un coefficient de sécurité inférieur à 1, permettant d'expliquer la rupture.

Il s'avère donc que pour les matériaux fins et humides, au sein desquels de fortes pressions interstitielles sont susceptibles de se développer, les caractéristiques apparentes c_u et ϕ_u du matériau ne permettent pas de rendre compte de manière satisfaisante, du comportement d'un remblai. Il convient, dans ce cas, d'effectuer le calcul de stabilité à court terme en contraintes effectives, ce qui nécessite, pour le projeteur, de connaître a priori les valeurs des pressions interstitielles et leur répartition dans le remblai.

C'est pour répondre à cette attente que des méthodes de détermination des pressions interstitielles ont été recherchées au Cemagref. Ainsi ont été mis en oeuvre d'une part un calcul théorique des pressions interstitielles et d'autre part des essais de laboratoire spécifiques. Dans - . Par ailleurs, ils ont permis d'appréhender l'influence de différents paramètres sur le développement des pressions interstitielles.

1.1. Approche et calcul théoriques

1.1.1. - Les sols non saturés

Les sols fins compactés sont des milieux- de "découplée", est traduite par la notion de contrainte effective (concept de Terzaghi), simplement décrite par les relations :

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma' + u \\ \tau &= \tau''\end{aligned}$$

Progressivement, de nouvelles approches plus globales se développent dans le cadre des travaux menés sur les sols non saturés [Alonso E.E. et Delage P. -colloque UNSAT, 1994]. La plupart de ces études sont basées sur le concept de la succion ($s = u_a - u_w$) et considèrent une phase gazeuse continue. Dans le cas des matériaux argileux humides compactés, le degré de saturation est élevé ($90 \% < S_r$) et l'air se présente sous forme de bulles incluses dans la phase liquide, donc sans contact entre elles. On se situe donc dans le domaine transitoire complexe entre le non saturé et le saturé ; on constate notamment que de faibles variations de certains paramètres peuvent conduire à des augmentations importantes des pressions interstitielles.

1.1.2. - Développement d'une méthode de calcul

Plusieurs méthodes de calcul des pressions interstitielles, basées sur le principe des contraintes effectives, ont été développées sur la base notamment des travaux de Skempton et Bishop [1954]. Bien qu'imparfaites et approximatives, elles ont l'intérêt de leur simplicité d'application ; les relations semi-empiriques ainsi proposées permettent le calcul des pressions interstitielles à partir de résultats d'essais classiques.

Ainsi, par exemple, la méthode de calcul de HILF est particulièrement intéressante : elle permet de déterminer les pressions interstitielles à partir du résultat d'un essai oedométrique. Cependant, cette méthode repose sur des hypothèses simplificatrices fortes. Un nouveau calcul a donc été développé au Cemagref sur cette base, en cherchant à minimiser les approximations. Notamment, la différence de pression entre l'eau et l'air formant le fluide interstitiel est prise en compte.

Les principes et hypothèses de la méthode proposée sont rappelés ci-après. Le mélange eau - air (air sous forme de bulles) peut être décrit par les phénomènes physiques suivants :

- la tension superficielle de l'eau implique une relation simple entre les pressions u_w de l'eau et u_a d'une bulle d'air de rayon r :

$$u_a = u_w + 2q/r \quad (1)$$

q désigne le coefficient de tension superficielle de l'eau ;

- la solubilité de l'air dans l'eau peut être décrite par la loi de Henry :

$$V_{ad} = h \cdot V_w \quad (2)$$

h désigne la constante de Henry ($h=0,02$ à 20°C),

V_{ad} et V_w sont respectivement les volumes d'air dissous et d'eau ;

- si l'on assimile l'air à un gaz parfait nous avons à température constante :

$$V_a u_a = \text{cte} \quad (3) \text{ avec } V_a = V_{al} + V_{ad}$$

V_{ad} et V_{al} sont respectivement les volumes d'air dissous et libre.

Les hypothèses suivantes, basées sur des constatations de terrain ou des résultats expérimentaux, sont faites :

- teneur en eau du matériau constante (vérifié pendant la période de construction d'un remblai) ;
- bulles d'air de même rayon ;
- compressibilité de l'eau et des particules solides négligeables en comparaison de celle de l'air, d'où :

$$dV_t = dV_a \quad (4)$$

$$dV_w = dV_s = 0 \quad (5).$$

Dans les conditions œdométriques, la relation entre la variation de volume de l'échantillon et la surcharge $d\sigma'$ peut s'écrire :

$$\frac{dV_t}{V_t} = -K_s d\sigma'$$

$$(6) \quad K_s = C_c \frac{1}{1+e} \frac{d \log \sigma'^f}{d \sigma'}$$

K_s = coefficient de déformation volumique du squelette solide

C_c = indice de compression œdométrique

Les relations (1) à (6) nous permettent de définir la surpression du_a qu'entraîne une surcharge élémentaire $d\sigma'$:

$$du_a = \frac{u_a}{\frac{V_a}{V_t K_s d\sigma'} - 1}$$

1.1.3. - Résultats obtenus

Les équations et relations définies précédemment ont été introduites dans un programme établi en TURBO PASCAL permettant d'obtenir, pour un calcul pas à pas, les valeurs des pressions interstitielles en fonction de la contrainte totale subie par le sol. Pour ce faire, la pression initiale de l'eau est considérée égale à la pression atmosphérique et les dimensions des bulles d'air sont issues des valeurs obtenues dans la bibliographie [Magnan et Dang, 1977], [Delage et al, 1992].

Les premiers résultats ont montré la faible sensibilité des résultats à la variation des dimensions initiales des bulles d'air, ce qui est intéressant car ce paramètre est simplement estimé, comme indiqué ci-dessus.

En ce qui concerne l'influence du degré de saturation, nous avons réalisé, sur le même matériau, une série de calculs en faisant varier la teneur en eau (et par conséquent le degré de saturation initial) du sol tout en gardant une densité sèche initiale identique et en supposant que les caractéristiques oedométriques restent constantes.

Les résultats obtenus permettent de représenter l'évolution des rapports u/σ calculés en fonction du degré de saturation pour différentes contraintes totales verticales (figure 1). Deux principaux éléments peuvent être dégagés de ce graphique :

- quelle que soit la contrainte appliquée, nous constatons un accroissement rapide du rapport u/σ à partir de $S_r = 96\%$;
- l'augmentation du rapport u/σ lorsque S_r passe de 87 à 96 % est comprise entre 0,1 et 0,2 ; notons que nous trouvons un résultat identique avec les essais de laboratoire décrits au paragraphe suivant.

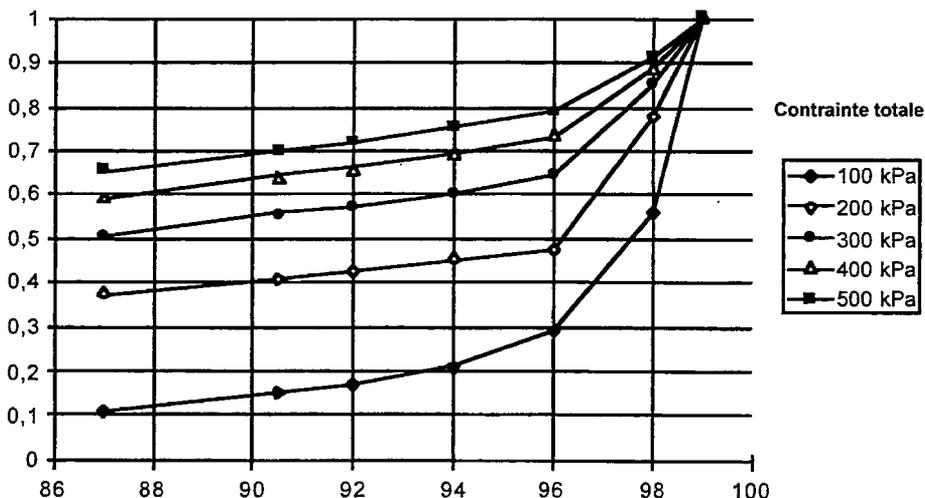


Figure 1 : Influence du degré de saturation initial sur les pressions interstitielles calculées

1.2 - Essai de compression isotrope

1.2.1 - Mode opératoire

L'essai de compression isotrope est de mise en oeuvre aisée, il consiste simplement à soumettre un échantillon triaxial à des contraintes isotropes croissantes en mesurant la pression interstitielle dans l'éprouvette afin de reproduire au mieux les conditions vécues par le sol compacté in situ, les essais sont réalisés sur des échantillons non saturés et non drainés. Les résultats obtenus permettent de représenter l'évolution des rapports u/σ calculés en fonction du degré de saturation pour différentes contraintes totales verticales (figure 1). Deux principaux éléments peuvent être dégagés de ce graphique :

- quelle que soit la contrainte appliquée, nous constatons un accroissement rapide du rapport u/σ à partir de $S_r = 96\%$;
- l'augmentation du rapport u/σ lorsque S_r passe de 87 à 96 % est comprise entre 0,1 et 0,2 ; notons que nous trouvons un résultat identique avec les essais de laboratoire décrits au paragraphe suivant à soumettre un échantillon triaxial à des contraintes isotropes croissantes en mesurant la pression interstitielle dans l'éprouvette afin de reproduire au mieux les conditions vécues par le sol compacté in situ, les essais sont réalisés sur des échantillons non saturés et non drainés

Les contraintes appliquées augmentent par paliers de 50 kPa et la contrainte isotrope maximale appliquée aux échantillons a été généralement fixée à 500 kPa car d'une part, cela permet de reproduire au mieux les conditions vécues par le sol compacté in situ, les essais sont réalisés sur des échantillons non saturés et non drainés. Les résultats obtenus permettent de représenter l'évolution des rapports u/σ calculés en fonction du degré de saturation pour différentes contraintes totales verticales (figure 1). Deux principaux éléments peuvent être dégagés de ce graphique :

Comportement hydro-mécanique des sols fins compactés

- quelle que soit la contrainte appliquée, nous constatons un accroissement rapide du rapport u/σ à partir de $S_r = 96 \%$;
- l'augmentation du rapport u/σ lorsque S_r passe de 87 à 96 % est comprise entre 0,1 et 0,2 ; notons que nous trouvons un résultat identique avec les essais de laboratoire décrits au paragraphe suivant correspond sensiblement aux contraintes maximales dans les barrages de 10 à 30 m de hauteur et, d'autre part, les matériaux humides auxquels nous nous intéressons ($s_r > 90 \%$) ont atteints la saturation, par dissolution de l'air dans l'eau, pour des contraintes totales inférieures à 500 kPa. Au-delà, tout incrément de contrainte se traduit par une augmentation de pression interstitielle équivalente.

1.2.2 - Résultats obtenus par les essais en compression isotrope

1.2.2.1 *Influence du mode de compactage*

Une première série d'essais a été réalisée pour analyser l'influence du mode de compactage des éprouvettes sur les résultats de l'essai ; nous avons ainsi sur des échantillons argilo-limoneux de teneur en eau égale à $W_{OPN} + 3$, compactés à une même densité respectivement statiquement, au Proctor Normal et au Proctor Modifié obtenu des résultats tout à fait équivalents. De même les pressions mesurées sur des éprouvettes obtenues par pétrissage en laboratoire (cf. paragraphe 3) ou compactées aux pieds dameurs sur chantier sont comparables à celles obtenues sur des éprouvettes compactées statiquement au laboratoire avec une densité et une teneur en eau équivalentes. Il est à noter cependant que pour des sols plutôt secs ($W < W_{OPN}$) le mode de compactage joue un rôle parfois important [Graziana, 1994].

1.2.2.2 *Influence de la teneur en eau et du degré de saturation*

Sur un autre matériau (limon argileux du site du Balaing) faiblement plastique ($I_p = 14$), plusieurs essais ont été réalisés en vue de son utilisation éventuelle dans un remblai. Sa forte teneur en eau naturelle (20 à 21 % soit $W_{OPN} + 3$ ou 4 points) nous a conduits à examiner son comportement vis-à-vis du développement des pressions interstitielles.

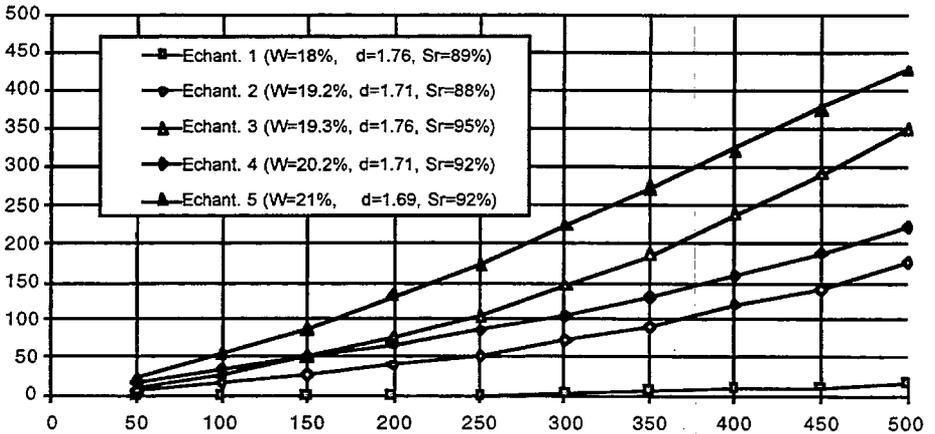


Figure 2 : Résultats des essais en contrainte isotrope réalisés sur un limon argileux

Les résultats des essais réalisés et représentés sur la figure 2 montrent que la teneur en eau et le degré de saturation sont deux paramètres importants du développement des pressions interstitielles dans un sol, en effet d'une part sur les échantillons 4 et 5 qui avaient un même degré de saturation initial, une augmentation d'un point de la teneur en eau a conduit, au-delà d'une contrainte de 200 kPa, à un doublement des pressions interstitielles et d'autre part sur les échantillons 2 et 3, de même teneur en eau, une augmentation du degré de saturation de 88 à 95 % a conduit également à quasiment doubler les pressions mesurées. Il apparaît ainsi nettement que le degré de saturation d'un sol souvent considéré comme l'élément essentiel du développement des pressions interstitielles n'est pas le seul paramètre influent en compte et qu'il est absolument nécessaire de prendre en compte la teneur en eau qui joue également un rôle primordial. Cette observation a été confirmée sur une argile limoneuse ($I_p = 25$, $W_{OPN} = 17,5\%$) sur laquelle de nombreux essais ont été effectués sur des échantillons dont le degré de saturation, compris entre 92 et 93 %, est proche de celui rencontré dans les remblais compactés réalisés avec ce type de matériau.

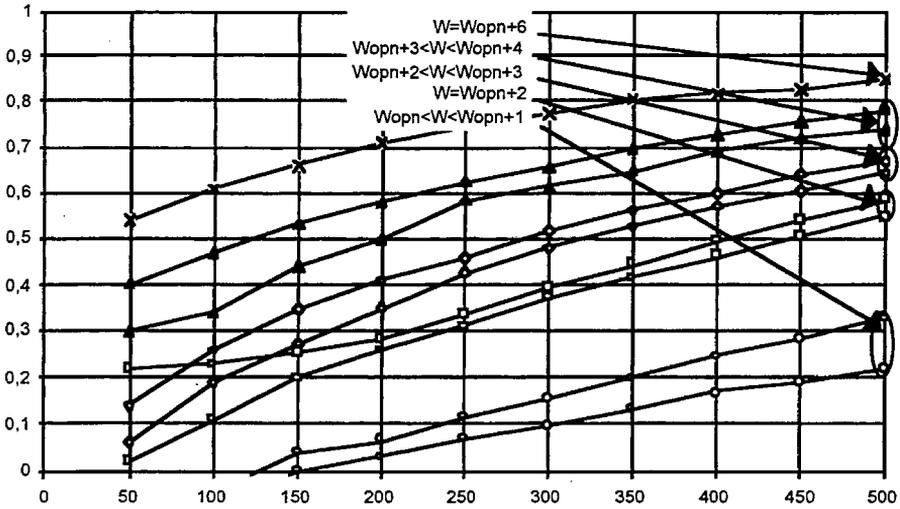


Figure 3 : Résultats des essais en contrainte isotrope réalisés sur une argile limoneuse

La figure 3 met en lumière le rôle dominant également dans ce cas de la teneur en eau. On note également sur ce sol que les surpressions augmentent très sensiblement lorsque la valeur de la teneur en eau dépasse la limite de plasticité ($W_p = 19,5\%$). Cette constatation a également été faite sur d'autres sols limoneux ou argileux et il apparaît ainsi que l_p semble jouer un rôle de seuil pour la teneur en eau d'un matériau : **de fortes augmentations de pressions interstitielles sont en effet constatées dès que la teneur en eau d'un sol dépasse la valeur de W_p .**

1.3 - Essai à chemin de contrainte contrôlée

1.3.1 - Description de l'essai

Parallèlement à ces essais de compression isotrope permettant de définir le coefficient B de Skempton ($\Delta u = B \cdot \Delta \sigma$ en contrainte isotrope), un essai mettant l'éprouvette dans des conditions plus proches de celles subies par le sol dans le remblai était nécessaire pour prendre en compte l'effet éventuel d'un déviateur de contrainte sur l'évolution des pressions interstitielles. Ainsi, de la même manière qu'un élément de sol de remblai subit à la mise en place de chaque couche une surcharge verticale $\Delta \sigma_h$ et horizontale $\Delta \sigma_v$, l'éprouvette triaxiale est soumise à une série d'incréments $\Delta \sigma_1$ et $\Delta \sigma_3$ selon le principe décrit par K.H. Head [1986] pour la détermination des pressions interstitielles dans un remblai. Le chemin suivi consiste à faire évoluer les contraintes de façon à garder un coefficient de

sécurité $F = \tau/\sigma$ constant, σ_1 et σ_3 évoluent donc de manière à rester dans un repère (σ', τ) sur la droite d'équation $\tau = [c' + \sigma' \text{tg } \varphi']/F$, c' et φ' étant les caractéristiques intrinsèques du matériau obtenues par un essai CU réalisé au préalable. Un tel chemin de contrainte, pour une valeur de F égale à 1,5 est représenté sur la figure 4; de la même manière que pour les compressions isotropes, la contrainte σ_3 est limitée généralement à 500 kPa, ensuite l'échantillon est mené à rupture de la même manière que dans un essai triaxial CU.

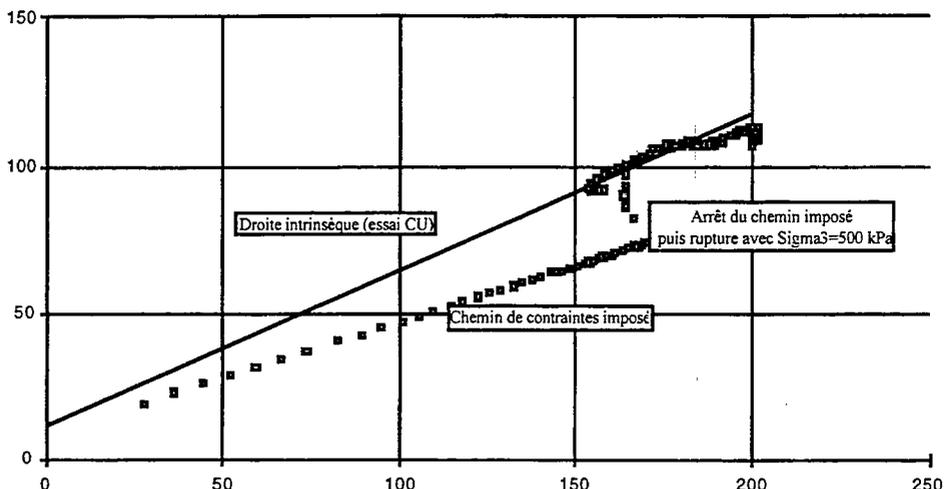


Figure 4 : Représentation du chemin de contrainte imposé pendant l'essai triaxial

1.3.2 - Résultats obtenus

De tels essais ont été conduits sur l'argile limoneuse définie précédemment, compactée à une teneur en eau $W = W_{OPN} + 3$ et dont le degré de saturation initial était de 92 %. On constate pour ce matériau humide, que la pression interstitielle mesurée est équivalente à celle obtenue en contrainte isotrope pour une même contrainte moyenne. Ce résultat a été retrouvé sur tous les échantillons dont le degré de saturation initiale est supérieur à 90 % et la teneur en eau supérieure à $W_{OPN} + 1$; de même, la réalisation d'essais avec un chemin de contrainte plus proche de la rupture ($F = 1,1$) a donné des résultats comparables et confirme que les pressions interstitielles mesurées dans les sols fins humides ($w > w_{opn}$) compactés sont fonction de la

contrainte moyenne subie par le matériau sans que l'on puisse constater une influence d'un déviateur de contrainte.

Par contre, pour des échantillons dont la teneur en eau est inférieure ou égale à l'Optimum Proctor Normal, on constate d'une part que la pression interstitielle obtenue est plus importante, à contrainte moyenne identique, lorsqu'un déviateur des contraintes est appliqué et que, d'autre part, u augmente très sensiblement pendant la phase de rupture de l'échantillon. Toutefois dans ces cas de sols plutôt secs, les valeurs de surpressions interstitielles restent globalement faibles ou modérées.

1.3.3 - Validation des résultats de laboratoire

Les essais de laboratoire précédemment décrits ont été notamment réalisés sur des matériaux des barrages de La Ganne et Mondely qui ont été instrumentés, ce qui a permis d'apporter une première validation des résultats obtenus. Sur le barrage de La Ganne, doté de cellules de pressions totales et interstitielles, il a été possible de constater une bonne cohérence entre les résultats de laboratoire et les mesures in situ. Sur le barrage de Mondely, des essais réalisés sur des échantillons intacts prélevés dans les sondages carottés réalisés pour la mise en place des cellules de pressions interstitielles ont permis de constater que les valeurs mesurées en laboratoire et in situ sont du même ordre de grandeur, la difficulté dans ce cas, étant de connaître la contrainte moyenne réelle à l'emplacement des cellules.

2. Comportement mécanique des sols fins compactés

Les sols fins utilisés en remblai sont d'une manière générale compactés avec des rouleaux à pieds dameurs qui permettent d'obtenir des densités sur chantier supérieures à celles obtenues en laboratoire avec les méthodes de compactage de type Proctor.

Les engins à pieds dameurs tendent à remplacer, de plus en plus, ceux de type pieds de mouton, dont la surface des dents est beaucoup plus faible. De nombreux chercheurs ont essayé de reproduire, en laboratoire, le phénomène de pétrissage du sol qu'engendrent ces types d'engins, afin de reproduire des échantillons représentatifs du sol compacté in situ. On peut notamment citer le compactage Harvard [Wilson, 1950] et le Triaxial Institute Kneading Compactor [Seed, 1954].

L'action de pétrissage se traduit par un effet de cisaillement du sol soumis à des contraintes verticales σ_v et horizontales σ_h telles que le déviateur $\sigma_h - \sigma_v$ en un point est successivement positif et négatif. Cette action inflige au sol des déformations dans plusieurs directions au cours des passages successifs de l'engin, contrairement au rouleau lisse qui n'induit que des déformations verticales.

La plupart des méthodes de compactage par pétrissage en laboratoire ont été développées à une période où les engins utilisés étaient principalement de type pied de mouton qui servent donc de référence ; par ailleurs les échantillons obtenus sont généralement de petite taille. Ainsi actuellement, continue à se poser, avec acuité, la recherche d'une méthode de compactage en laboratoire, permettant de reconstituer des échantillons de sols, représentatifs du compactage sur le site, sur lesquels les essais mécaniques et hydrauliques seront effectués. Le Cemagref s'est engagé dans cette voie depuis quelques années ; des essais comparatifs ont été réalisés avec l'ENSG de Nancy qui a également mis au point un dispositif de compactage [Daoud, 1996].

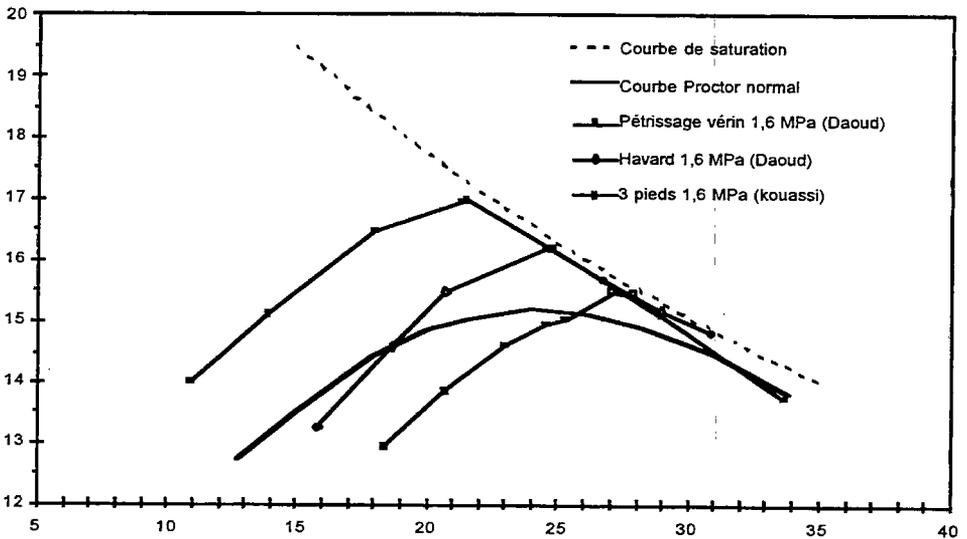


Figure 5 : Comparaison de différents modes de compactage en laboratoire

La figure 5 montre les résultats de différentes méthodes de compactage sur le limon de Xeulley. Les écarts constatés sur les résultats illustrent les difficultés restant à surmonter dans ce domaine du compactage en laboratoire.

2.1 Description du mode opératoire du laboratoire de la Division Ouvrages et Réseaux Hydrauliques

La conception de ce nouveau dispositif de compactage a d'une part été inspirée des travaux de Seed [1954] et d'autre part s'est attachée à garder le plus de similitude possible avec les engins à pieds dameurs utilisés sur site. Par ailleurs, le moule dans lequel le compactage est effectué est un moule CBR classique (diamètre 150 mm et hauteur 150 mm, y compris rehausse) dont le volume permet d'atténuer les effets de bord.

Le compactage est effectué à l'aide d'un outil composé d'un disque en acier de 15 cm de diamètre (diamètre du moule), sur lequel sont fixés 3 pieds cylindriques, également en acier, de 5 cm de diamètre et de 2,5 cm de hauteur ; ces dimensions ont été déterminées afin de maintenir identiques au chantier, les proportions suivantes :

- surface des pieds/surface totale du rouleau ;
- longueur des pieds/épaisseur de la couche.

Le sol est compacté dans le moule en 5 couches ; pour chacune d'elles, l'outil est enfoncé 8 fois (valeur équivalente au nombre de passes sur un chantier) avec rotation du moule entre chaque enfoncement pour obtenir une bonne homogénéité du compactage. Le critère d'arrêt de l'enfoncement est une force déterminée afin que la pression sur le sol soit équivalente à celle mesurée sous un engin de chantier ; ainsi, une valeur de 1,25 MPa a été retenue. Dans ces conditions, comme sur le site, suivant la nature et la compacité du sol, les pieds s'enfoncent partiellement ou totalement dans le matériau compacté.

2.2. Résultats obtenus

2.2.1 Caractéristiques physiques des sols compactés

Afin de valider le dispositif et le mode opératoire précédemment définis, des essais ont été réalisés sur des sols fins de différentes plasticités, avec des teneurs en eau variant dans l'intervalle $W_{OPN} - 3 < W < W_{OPN} + 3$. Les résultats obtenus montrent une très bonne homogénéité de la densité à l'intérieur du moule ; par ailleurs, cet essai présente une bonne répétabilité.

Les densités obtenues par ce type de compactage (figure 5) sont légèrement supérieures à celles obtenues par l'essai Proctor Normal du côté humide ($W > W_{OPN}$) ; l'écart est plus important du côté sec ; la densité maximale est obtenue pour une teneur en eau inférieure à W_{OPN} . Les densités ainsi obtenues sont proches de celles mesurées sur les remblais compactés avec un engin à pieds dameurs sur les quelques sites où la comparaison a été effectuée.

Il apparaît donc que le mode de compactage mis au point permet de reproduire, en laboratoire, des échantillons dont les caractéristiques physiques sont proches de celles obtenues *in situ*.

2.2.2 Influence du compactage sur les caractéristiques mécaniques

L'intérêt d'un tel essai de compactage est, avant tout, de pouvoir obtenir des échantillons suffisamment représentatifs destinés à la réalisation d'essais mécaniques permettant de prédire le comportement du remblai. Nous nous sommes donc intéressés à la comparaison des caractéristiques mécaniques d'échantillons compactés comme suit :

- compactage statique au laboratoire (méthode usuelle) ;
- compactage par pétrissage au laboratoire ;
- compactage sur site avec un engin à pieds dameurs.

Pour ce faire, des essais triaxiaux ont été réalisés sur des échantillons provenant de plusieurs sites et compactés à une même densité et teneur en eau avec les trois méthodes citées précédemment. Deux paramètres ont fait l'objet de comparaison :

- les caractéristiques élastiques : modules de déformation ;
- les caractéristiques d'états limites : cohésion et angle de frottement du sol.

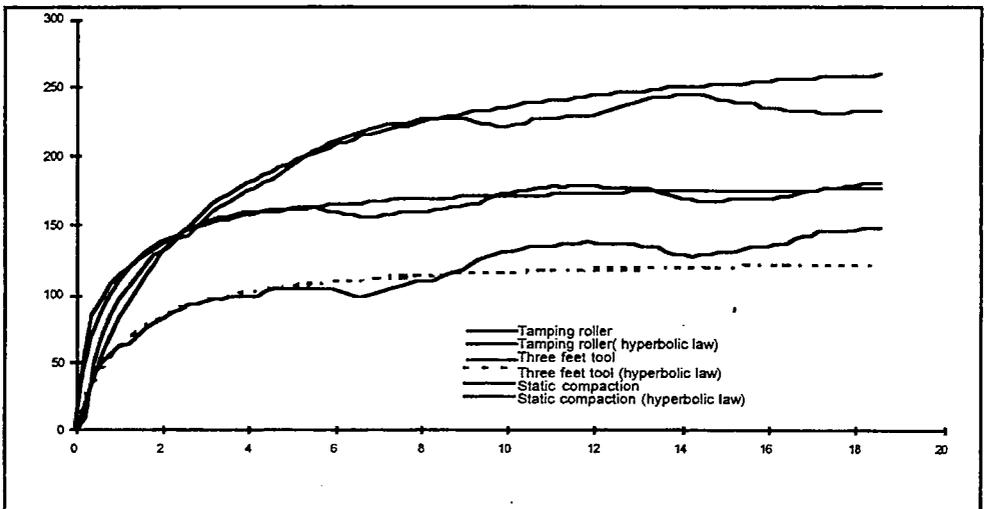


Figure 6 - Essais triaxiaux UU : comparaison des courbes effort-déformation en fonction des modes de compactage des échantillons (courbes brutes et ajustement selon loi de Duncan).

La figure 6 représente les courbes effort-déformation d'un limon argileux au cours d'un essai non consolidé non drainé (UU) avec une contrainte latérale de 50 kPa. Afin notamment de faciliter l'analyse et l'interprétation des courbes "brutes" issues directement du système d'acquisition des mesures,

celles-ci ont fait l'objet d'une approximation par des hyperboles définies par la loi de Duncan :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon}$$

On constate une influence notable du mode de compactage sur la raideur du matériau ; ainsi, dans ce cas, le compactage statique conduit à des modules tangents initiaux plus élevés que ceux obtenus sur les échantillons compactés par pétrissage (au laboratoire ou in situ). Par contre, pour de fortes déformations, le déviateur à la rupture ($\sigma_1 - \sigma_3$) le plus élevé correspond au compactage *in situ*.

D'une manière générale, pour la plupart des essais UU réalisés sur des sols fins, ces résultats sont confirmés, à savoir que le sol compacté statiquement est plus raide que ceux obtenus par pétrissage en laboratoire ou in situ et que, par contre, le compactage en chantier conduit à une résistance à la rupture (valeurs de c_u et φ_u) supérieure aux deux autres modes de compactage.

En ce qui concerne les caractéristiques intrinsèques c' et φ' des matériaux obtenus par des essais consolidés non drainés (CU + u), les écarts obtenus entre les différentes méthodes de compactage sont inférieures à ceux dus à la variabilité du matériau constatée notamment sur les échantillons compactés in situ. On ne peut donc pas conclure, sur la base des essais réalisés, sur l'influence du compactage sur les valeurs c' et φ' .

Les travaux dans ce domaine continuent actuellement, afin de préciser notamment les éléments suivants :

- mesure des contraintes dans le sol lors du passage du compacteur à pieds dameurs ;
- influence du mode et de l'énergie du compactage sur les modules de déformation des sols fins ;
- influence de la teneur en eau sur la validité des premiers résultats ici présentés.

3. Conclusion et perspectives

Les recherches en cours visent à définir des méthodes et modes opératoires susceptibles de permettre de prévoir avec une précision suffisante le comportement de remblais en sols fins compactés. Pour ce faire, il est essentiel de mieux connaître le comportement des matériaux qui constituent ces remblais, aussi bien dans le domaine des petites déformations qu'en ce qui concerne leurs caractéristiques à la rupture. Les travaux en cours ont apporté quelques éléments de réponse concernant, d'une part le développement des pressions interstitielles et, d'autre part la recherche d'une méthode de compactage en laboratoire, permettant d'obtenir des échantillons représentatifs des conditions de compactage par des engins à pieds dameurs sur chantier.

Références bibliographiques

- ALONSO E. E., DELAGE P., 1995 - Sols non saturés. Actes du 1^{er} Colloque International sur les sols non saturés
- BISHOP A.W., 1954 - The use of pore pressure coefficients in practice. *Geotechnique* 4, n°4
- DAOUD F., 1996 - La perméabilité des sols fins compactés. Thèse de Doctorat de l'I.N.P.L. - Ecole Nationale Supérieure de Géologie de Nancy, 194 p.
- DELAGE P., 1987 - Aspects du comportement des sols non saturés. *Revue Française de Géotechnique*, n° 40.
- DELAGE P., AUDIGUIER M., CUI Y.J., 1992 - Microstructure d'un limon compacté. Colloque René Houpert : structure et comportement mécanique de géomatériaux, Nancy
- DUNCAN J.M., PETER B. et al, 1980 - Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for finite element analyses of stresses and movements in soil masses. College of Engineering, Office of Research Services University of California, Berkeley.
- FRY J.J., 1977 - Contribution à l'étude et à la pratique du compactage. Thèse de Docteur Ingénieur, Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris.
- GRAZIANA J.M., 1994 - Compactage par pétrissage de sols fins en laboratoire. Mémoire de fin d'études d'ingénieur du CUST de Clermont-Ferrand.
- HEAD K.H., 1986 - Soil laboratory testing, vol. 3 : effective stress tests, Paris, Lavoisier.
- KOUASSI P., POULAIN D., GIRARD H., BREYSSE D., 1996 - Compactage par pétrissage en laboratoire. 3^{ème} réunion annuelle du réseau des laboratoires géomatériaux, environnement, ouvrages [GEO 1996], Aussois, France.
- MAGNAN J.P., DANG M.T., 1977 - Etude théorique et expérimentale de la compressibilité du fluide interstitiel dans un sol argileux presque saturé. Symposium International sur les argiles molles, Bangkok.
- OSWALD C., 1993 - Etude de la représentativité des éprouvettes de sols fins reconstituées en laboratoire, utilisées pour l'étude des remblais compactés. Mémoire de fin d'étude d'ingénieur du CUST de Clermont-Ferrand.
- POULAIN D., 1993 - Pressions interstitielles de construction dans les barrages homogènes en matériaux argileux humides. Thèse de Doctorat de l'Université de Bordeaux I.
- SEED H., CHAN C.K., 1959 - Structure and strength characteristics of compacted clays. *Highway Research Board Bull* p. 87-128.
- SEED H., MONISMITH C.L., 1954 - Relationship between density and stability of subgrade soils. *Highway Research Board Bull* p. 16-32.
- WILSON S.D., 1950, Small soil compaction apparatus duplicates field results closely. *Engineering News-Record*, vol. 145, n°18.

Thème : rhéologie des géomatériaux

L'ensemble du débat a porté sur l'exposé général de Félix Darve. Le débat a été retranscrit par François Lacroix.

Question de C. ANCEY : Quels sont les phénomènes physiques intervenant dans les phénomènes d'instabilité des géomatériaux ?

Réponse de F. DARVE : C'est une bonne question ! La condition suffisante, mais non nécessaire, de stabilité proposée par Hill (rappel : condition de signe sur le travail du second ordre $d^2W = d\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} > 0$) résulte d'une démonstration qui ne repose pas nettement sur des principes de thermodynamique.

Cette condition s'interprète bien en élasticité, assez bien en élastoplasticité associée, mais d'une façon nettement moins claire en élastoplasticité non associée. En élastoplasticité associée, énoncer que le travail du second ordre est négatif revient à dire qu'il est possible sur certains cycles d'extraire un certain travail du matériau, ce qui est source d'instabilité.

Par ailleurs, en utilisant des critères d'instabilité incontestables (Lyapunov), et moyennant des expérimentations sur certains chemins de chargement, on s'accorde aujourd'hui pour admettre qu'il existe des phénomènes d'instabilité à l'intérieur strictement du critère de plasticité de Mohr-Coulomb. D'autre part, des phénomènes d'instabilité en grande masse (rupture en mer de pentes de sable lâche de quelques degrés) ne peuvent être expliqués par une application classique du critère de Mohr-Coulomb.

En guise de réponse, j'avancerai qu'il existe des arguments mathématiques, des arguments expérimentaux, mais pas (encore) d'arguments physiques nets pour expliquer de tels phénomènes d'instabilité.

Commentaire de P. EVESQUE : Je considère qu'à la condition d'instabilité énoncée par Hill - le signe du travail du second ordre est négatif - correspond une libération d'énergie, ce qui constitue indéniablement une interprétation physique de l'instabilité.

Question de P. EVESQUE : Comment, dans les lois de comportement présentées (incrémentales non linéaires, infinité de zones tensorielles), est-il rendu compte de l'élasticité ?

Réponse de F. DARVE : Tout d'abord, je tiens à rappeler ce qu'il en est aujourd'hui de l'application de l'élasticité en géotechnique. De nombreux travaux, de P.Y. Hicher à l'Ecole Centrale de Paris notamment, de plusieurs laboratoires américains aussi, ont abouti à la conclusion que le domaine strictement élastique des sols se limite à des déformations $\varepsilon < 10^{-5}$, par conséquent observables ou significatifs seulement dans le cas de sollicitations dynamiques. Ainsi, sur l'exemple du poinçonnement d'une

fondation superficielle, de très nombreux articles n'ont pas réussi à déterminer un module élastique équivalent. Le domaine de comportement élastique des sols est donc très limité.

Dans le cas des lois de comportement incrémentales non linéaires, il n'existe pas de domaine élastique vierge. Il n'y a pas davantage de séparation entre déformation élastique et déformation plastique, les deux étant couplées au sein de la formulation non linéaire qui assure également, parce qu'elle est non linéaire, le caractère irréversible des déformations.

Question de F. LACROIX : Dans la présentation de F. Darve, le temps n'intervient pas comme variable explicite. Il ne sert en fait qu'à orienter la chronologie des chargements et l'évolution des paramètres d'histoire. Cela dit, des calculs utilisant les lois de comportement incrémentales non linéaires présentées ont-ils été conduits sous sollicitation dynamique ?

Réponse de F. DARVE : Non, il n'y a pas eu pour l'instant de calcul dynamique. Je profite de cette question pour préciser que le nombre de paramètres d'histoire à prendre en compte dans ces lois est important. C'est la raison pour laquelle nous travaillons actuellement à la détermination d'une loi de comportement incrémentale non linéaire à 5 paramètres seulement, dont la détermination se prête bien aux méthodes d'analyse inverse et à la caractérisation par des essais *in situ*.

Rhéologie et environnement

Rhéologie et environnement

Rheology and environment

Philippe Coussot

LMSGC (LCPC-CNRS UMR113)

Cité Descartes, 2 Allée Kepler, 77420 Champs-sur-Marne

Tél. : 01 40 43 65 41 Fax : 01 40 43 54 85

email : philippe.coussot@lcpc.fr

Résumé : On rencontre dans la nature de nombreux écoulements mettant en jeu des matériaux plus complexes que l'air et l'eau. L'homme cherche à se protéger contre certains d'entre eux aux conséquences catastrophiques (avalanches, laves, lahars, écoulements pyroclastiques, avalanches de débris, laves torrentielles) alors qu'au travers de l'étude d'autres types d'écoulements (glaciers, chambres magmatiques, glissements sous-marins) le géologue tente plutôt de mieux comprendre l'histoire des formations géologiques. D'autres écoulements enfin ont surtout un impact environnemental (boues résiduaires, résidus miniers). D'un point de vue mécanique on peut approximativement classer ces phénomènes en trois catégories en fonction à la fois du type de matériau concerné et des caractéristiques de l'écoulement : les aérosols, les écoulements de suspensions concentrées et les écoulements granulaires. Dans les deux derniers cas il s'agit d'écoulements de suspensions très concentrées au sens large, dont les propriétés mécaniques sont encore très mal maîtrisées, tant du point de vue de la rhéométrie que du point de vue de la modélisation.

Abstract: Various natural flows involve more complex materials than water or air. It is crucial to devise countermeasures against some of them with catastrophic consequences (lahars, lavas, avalanches, debris avalanches, pyroclastic flows, debris flows) while it is useful for the geophysicist to study others which play a role in geologic formations (ice sheets, magma chambers, submarine movements). Others mainly have an environmental impact (sewage sludges, waste products from the mining or refining industry). As a first approximation these phenomena may be classed from a mechanical point of view in three groups depending on material type and flow characteristics: turbidity current, concentrated suspension and granular flow. In the two last cases we are dealing with concentrated suspensions at large whose mechanical properties are far from being well-mastered either from a rheometrical or from a modelling point of view.

1. Introduction

La surface du globe terrestre est essentiellement constituée d'air et d'eau. Ces deux matériaux sont des fluides simples, c'est-à-dire newtoniens dans des conditions habituelles d'écoulement, et bien connus. Comme il s'agit aussi de fluides peu visqueux, la plupart de leurs écoulements naturels sont turbulents (sauf par exemple les écoulements d'infiltration dans des roches poreuses). L'étude des écoulements de tels fluides repose donc souvent

sur des modèles numériques sophistiqués. De nombreux autres fluides sont utilisés dans l'industrie (agro-alimentaire, pharmaceutique, cosmétique, matières plastiques, etc.) par exemple dans les phases préliminaires de la fabrication d'un produit, avant mise en forme de ce produit ou encore pour faciliter son acheminement ou rendre son utilisation agréable. Il s'agit alors souvent de fluides dont le comportement est mal connu mais dont les écoulements sont laminaires. Compte tenu de leur importance dans la vie quotidienne des hommes les écoulements d'eau et d'air suscitent un intérêt scientifique à peu près aussi grand que les fluides industriels pour leurs enjeux économiques. De nombreux autres fluides peuvent cependant être recensés qui n'appartiennent à aucune des deux catégories précédentes, et qui pour cette raison sont en général l'objet d'une bien moindre attention. Je veux parler ici des fluides naturels complexes au sens large, c'est-à-dire de matériaux plus complexes que l'air ou l'eau, qui s'écoulent de manière naturelle à la surface du globe terrestre (voire sous la surface pour les magmas), qui peuvent être considérés en première approximation comme des matériaux continus et homogènes durant leurs écoulements, et qui ne sont pas le produit direct d'une industrie. Entrent d'emblée dans cette catégorie les avalanches, les laves volcaniques, les laves torrentielles (coulées boueuses dans les torrents), les mouvements de glaciers, les écoulements pyroclastiques, les mouvements de magmas sous la croûte terrestre, les mouvements de masses sous-marins et le transport solide dans les rivières ou les estuaires. Dans le cadre plus large d'une discussion sur les liens entre la rhéologie et l'environnement on ne peut pas négliger des matériaux qui sont situés à la frontière de l'ensemble défini ci-dessus. Il en est ainsi des boues d'épandage résultant du traitement des eaux usées et des déchets des industries minières et de raffinage. Je ne m'intéresserai pas ici à des mouvements qui peuvent être dans certaines conditions considérés comme des écoulements mais qui, de manière générale, d'un point de vue mécanique, semblent plutôt relever de la mécanique des sols : les glissements de terrain. Cependant, comme nous le verrons plus loin, il faut bien admettre que les suspensions extrêmement concentrées (que l'on peut rencontrer dans les écoulements cités ci-dessus) ont un comportement intermédiaire encore mal compris, vraisemblablement intermédiaire entre un sol et un fluide.

Dans la première partie je passerai en revue ces divers écoulements et les problèmes qu'ils posent à l'homme. Dans la seconde partie je tenterai de situer les matériaux mis en jeu d'un point de vue physique et rhéologique. Notamment je montrerai que la plupart de ces matériaux peuvent être considérés comme des suspensions ou des milieux granulaires. Enfin dans la dernière partie je donnerai quelques éléments concernant les diverses approches tentées pour décrire ces écoulements. Compte tenu de l'étendue du sujet les descriptions des écoulements et de leurs caractéristiques sont loin d'être exhaustives et l'intérêt de ce texte se trouve plus probablement dans l'analyse synthétique des enjeux rhéologiques dans tous ces domaines.

2. Les différents types d'écoulements de fluides naturels et leurs enjeux

2.1. Les écoulements "géophysiques"

Les écoulements considérés ici se produisent à grande échelle et ne posent en général pas de problèmes concrets à résoudre à court terme parce que leur échelle de temps est très supérieure à la durée de vie d'un homme. Ces phénomènes font surtout l'objet d'études ayant pour but de comprendre des mécanismes géologiques.

Entrent d'abord dans cette catégorie les mouvements de **glaciers** ou des **larges masses de glaces** (près des pôles). Leurs volumes et leurs vitesses varient dans un très large spectre en fonction de paramètres locaux. A une échelle d'observation appropriée il est prouvé que ces masses de glaces s'écoulent, au sens où elles se déforment de manière à peu près continue et inexorable. La connaissance de leurs mouvements apporte des informations importantes pour l'étude des variations du climat. Par ailleurs les glaciers peuvent générer des avalanches de glaces ou des crues liées à la rupture de poches d'eau glaciaires qui sont susceptibles de mettre en danger des populations (Hutter 1982). Les écoulements de glace sont abordés à l'aide de modèles prenant en compte des aspects mécaniques (comportement en loi de puissance (Nye 1965)), et thermiques (changements de phase internes pour les glaciers (Lliboutry 1976)), ainsi que des conditions aux limites du type glissement et/ou cavitation (Raymond 1996, Harbor 1992). Afin d'expliquer les instabilités transversales lors d'écoulements gravitaires (formations de courants longitudinaux) la glace a aussi été considéré comme des fluides viscoélastiques (Minale and Astarita 1996).

Les mouvements de convection des **magmas** sous la croûte terrestre conduisent au déplacement (subduction, dorsale océanique ou rift continental) des plaques constituant cette croûte. La connaissance du comportement des magmas permet de comprendre les évolutions du globe terrestre et de la croûte. Par exemple, en étudiant les interactions entre l'écoulement et la structure interne (orientation, concentration et fracture des différents types de cristaux) des roches basaltiques issues du lent refroidissement du magma sous les dorsales océaniques, il est possible d'inférer l'évolution de certaines chambres magmatiques (sédimentation, déformation, etc) (Ildefonse et Nicolas 1997). Afin de prédire d'éventuelles éruptions volcaniques ou d'expliquer les formations géologiques, il est aussi utile d'étudier les conséquences de variations de température, pression et intrusion d'un autre magma au sein des chambres magmatiques (Huppert 1986).

Les **mouvements sous-marins** sont les effondrements ou écoulements de matières solides (en suspension dans l'eau) qui se produisent au fond de

la mer (Friedman et al. 1992). Ces phénomènes ont une origine analogue à celle des mouvements de matières solides à l'air libre. Ils résultent de l'érosion progressive des pentes sous-marines liée aux mouvements de l'eau environnante. Si l'on sait que de tels mouvements se produisent effectivement, on ne dispose pratiquement pas de témoignages ou d'observations en direct de ces phénomènes. De ce fait leur analyse est essentiellement basée sur l'examen des dépôts (Dott 1963, Middleton and Hampton 1976, Prior and Coleman 1984, Ghibaudo 1992). Les classifications proposées dans la littérature supposent l'existence de grandes classes de mouvements analogues à celles observées à l'air libre : **glissements sous-marins, écoulements de débris et courants de turbidité**. Les volumes mis en jeu varient dans une large gamme. La plupart du temps ces mouvements n'ont pas de conséquences catastrophiques (mis à part d'éventuels tsunamis) et ils sont donc essentiellement étudiés dans le but de comprendre les évolutions des formations géologiques (Cf par exemple Hiscott and Aksu 1994).

2.2. Les écoulements "catastrophiques"

Nous considérons ici les mouvements de terrain susceptibles de causer des dégâts ou des victimes lorsqu'ils se produisent. En pratique l'homme cherche donc à empêcher que ceux-ci se produisent ou à se protéger contre leurs conséquences catastrophiques. Dans ce cadre, outre des géologues, des ingénieurs de bureaux d'étude ou au service de l'état cherchent à comprendre ou contrôler ces phénomènes.

Par leur fréquence relativement élevée et leur caractère très dangereux les **avalanches** sont le phénomène majeur de cette catégorie (Cf Ancey 1996). Il s'agit de masses de neige qui se mettent en mouvement de manière très brutale et peuvent parcourir plusieurs centaines de mètres à des vitesses parfois très grandes (plusieurs dizaines de mètres par seconde). Il est pratiquement impossible d'arrêter une avalanche. En revanche on peut chercher à prévoir les risques potentiels de déclenchement en étudiant l'évolution des caractéristiques physiques internes du manteau neigeux. On peut aussi déclencher volontairement des avalanches susceptibles de se produire, ce qui a pour effet d'écarter un risque de nouvelle avalanche à court terme dans la zone concernée. Enfin on peut chercher à prévoir comment va s'écouler une avalanche qui risque de se produire dans une certaine zone, et quel serait l'effet d'obstacles placés sur son passage. La maîtrise des propriétés mécaniques de la neige est donc importante en statique, car celles-ci conditionnent les risques de rupture, et en dynamique, afin de prédire les caractéristiques des écoulements.

Beaucoup moins fréquentes et moins dangereuses, les **laves torrentielles** sont des coulées boueuses et rocailleuses qui se produisent dans les torrents de montagne (Bernard 1927, Mougin 1931) la plupart du temps à la suite d'orages très localisés. Ces coulées se présentent comme de gigantesques masses d'une pâte épaisse qui avance dans le lit du torrent

à une vitesse de 1 à 10 m/s (Costa and Williams 1984). Lorsque la pente se réduit le niveau de boue augmente dans le chenal et la lave torrentielle peut facilement s'épancher sur le cône de déjection du torrent. Cette zone, qui environne le torrent dans la vallée, est fréquemment habitée. Plusieurs dizaines de telles coulées se produisent chaque année dans les Alpes françaises, et de très nombreuses autres se produisent au Japon (100 morts par an en moyenne), en Chine et aux Etats-Unis par exemple. En France les laves torrentielles causent essentiellement la destruction de routes, voies ferrées et habitations. Mis à part quelques rares cas de déclenchement consécutifs à un glissement de terrain de grande envergure, les mécanismes de formation de ces phénomènes sont encore relativement mystérieux. Il s'agit probablement en général d'une réaction en chaîne (survenant pour un ensemble de paramètres critiques) au cours de laquelle l'eau du torrent se charge en matières solides, engendrant ainsi des glissements de berges qui viennent grossir le torrent, ce qui augmente encore la capacité érosive et lui permet de se charger encore plus, jusqu'à former un mélange très visqueux à peu près homogène. Compte tenu de la complexité des phénomènes de déclenchement, fonctions a priori d'une multitude de paramètres géologiques, hydrologiques, météorologiques, hydrauliques, etc, les études consacrées aux laves torrentielles vont essentiellement dans le sens de la maîtrise et de la compréhension des écoulements une fois la lave formée (Johnson and Rodine 1984, Coussot 1996).

Un phénomène apparenté est celui des **lahars**. Il s'agit de coulées de cendres et d'eau qui dévalent les flancs des volcans (voir par exemple Fairchild 1985, Scott 1988). Ces lahars peuvent se former pendant ou juste après une éruption qui cause la rupture d'une poche d'eau ou la fonte d'un glacier, ou à la suite de pluies intenses qui emportent les cendres recouvrant les flancs du volcan. Ces phénomènes, très localisés dans le monde, s'avèrent plus dangereux que les laves torrentielles. Les coulées parcourent des distances surprenantes, jusqu'à plus de cinquante kilomètres. Elles envahissent ainsi les cultures et habitations et causent de graves préjudices économiques. Par exemple, autour du Mont Pinatubo (Philippines), depuis l'éruption de 1991, des villages entiers, situés parfois à des dizaines de kilomètres du volcan, sont continuellement menacés ou submergés par des coulées de plusieurs dizaines de millions de mètres cubes de boue cendreuse. Les habitants des régions concernés tentent parfois de dévier ces coulées en dressant de très longs murs en matériau naturel.

D'autres types d'écoulements se produisent aussi sur les flancs des volcans. Le plus connu d'entre eux est la **lave volcanique**. Il s'agit du magma qui, après un séjour plus ou moins long dans une chambre magmatique située sous la croûte terrestre, remonte par une cheminée et s'épanche sur les flancs du volcan. Selon sa viscosité, il peut ensuite s'accumuler juste autour du dôme (ou plus probablement former un bouchon susceptible d'exploser si la pression est suffisante) ou s'écouler jusqu'à

plusieurs kilomètres de la zone éruptive (Hawaï, Islande). Les éruptions sous forme de coulée de laves sont de loin les moins dangereuses. Celles-ci ne prennent que rarement un caractère catastrophique, lorsque la zone d'écoulement atteint des régions habitées. Dans ces cas-là on cherche à contrer l'écoulement ou à le canaliser. Les écoulements de laves volcaniques ont aussi un intérêt plus large puisqu'ils permettent de comprendre la formation des structures géologiques à la surface du globe. La remontée de magma dans la cheminée du volcan, qui est la cause d'une éruption, s'accompagne de productions de gaz. Selon la pression atteinte et la viscosité du mélange lors de cette remontée, l'éruption peut avoir lieu sous diverses formes allant du simple bouillonnement de lave jusqu'à la projection de cendres à plusieurs kilomètres de haut, en passant par l'évacuation de fumerolles ou la dispersion de lambeaux de laves à plusieurs centaines de mètres.

Outre les laves volcaniques les éruptions peuvent donc donner lieu à divers types d'écoulements, notamment les **écoulements pyroclastiques (coulées de ponces, nuées ardentes)** et les **déferlantes**. Il s'agit souvent de mouvements rapides de mélanges d'air et de particules cendreuses qui trouvent leur origine soit dans la retombée de la colonne éruptive sur les flancs du volcan, soit dans l'effondrement de colonnes éruptives ou de dômes de lave, soit encore (déferlantes) se forment à la base des colonnes éruptives lors d'éruptions explosives faisant intervenir des interactions magma-eau (comme les nuages résultant d'explosions atomiques) (Schneider 1997). Ces écoulements sont extrêmement rapides (de 10 à 300 m/s) et bien entendus dévastateurs car ils sont chauds et asphyxiants.

Le **transport solide en rivières** occupe une place un peu en marge du domaine couvert par cette étude. Il s'agit ici du transport de particules solides situées sur le fond ou les berges des lits de rivières qui sont emportées par l'eau et peuvent être soit roulées ou poussées sur le fond du lit lorsqu'il s'agit de particules suffisamment lourdes, soit mises en suspension grâce à la turbulence de l'écoulement d'eau. Dans la majorité des cas le transport solide ne semble pas avoir de conséquences gênantes si ce n'est accentuer l'érosion naturelle des terrains. Il est cependant important de maîtriser l'accumulation et la remise en mouvement de particules sur le fond des estuaires, le comblement et le curage des bassins de retenue, ou le débordement d'un torrent de montagne lié à la formation d'un bouchon de particules déposées dans son lit. Cependant les écoulements concernées peuvent rarement être considérés comme des écoulements d'un seul fluide (sauf un dépôt brutalement mis en mouvement par l'écoulement d'eau). Des lois empiriques permettent finalement de prédire approximativement le débit solide résultant d'un débit d'eau donné (qui ne dépend pas du transport solide) lorsque les particules transportées ne sont pas colloïdales (Graf et Altinakar 1996). D'autres modèles sont développées pour des lits boueux (Kranenburg and Winterwerp 1997). Le problème est beaucoup plus complexe, et de ce fait, les formules beaucoup plus

imprécises, lorsque le transport solide est intense (torrents) puisqu'alors la matière solide transportée et l'eau interagissent fortement (Meunier 1991, Richard 1997). Il semble que le transport solide doive être classé dans le domaine très mal connu du point de vue fondamental, des écoulements biphasiques hétérogènes, puisque la vitesse des particules solides est très différente de celle de l'eau environnante et, pour un écoulement donné, la concentration solide varie largement (de 0 à 60%) dans une section en travers.

2.3 Les fluides semi-industriels

L'élimination des **boues résiduelles** (eaux usées) peut passer par diverses techniques : décharge, incinération, épandage. Cette dernière technique consiste à répartir, sur des terres cultivables, ces boues qui servent alors d'"engrais". L'épandage des boues pose un certain nombre de problèmes, notamment celui de la maîtrise des apports toxiques d'origine industrielle, le stockage préalable en station et l'adéquation des matériels d'épandage aux différents types de boues. La maîtrise de l'épandage et du stockage nécessite donc de connaître au mieux les propriétés mécaniques des boues.

Les **résidus miniers**, qui constituent la fraction rejetée lors du raffinage de matériaux prélevés dans divers types de mines (bauxite, minerai de fer, phosphate,...), sont généralement stockés à proximité des mines ou des usines sous forme de tas plus ou moins élevés. On observe fréquemment une mise en mouvement brutale d'une partie du matériau sous une forme intermédiaire entre un glissement de terrain et un écoulement fluide. Il paraît donc utile de tenter de maîtriser les caractéristiques mécaniques de ce type de matériau afin de prédire ou prévenir ce type de mouvement.

3. Les matériaux

Mise à part la glace et le transport solide en rivières qui seront écartés de cette discussion, les matériaux mis en jeu dans les écoulements décrits plus haut semblent pouvoir être répartis grossièrement en trois catégories principales : les aérosols, les écoulements de suspensions concentrées et les écoulements granulaires.

3.1. Les aérosols

La neige est un milieu poreux constitué d'un mélange de cristaux de glace et d'air avec parfois de l'eau liquide. La plage de concentration volumique en glace de la neige dans une avalanche est très large : de 1 à 65%. La nature de la neige mobilisée est fortement liée à la nature de l'écoulement. Deux catégories principales d'avalanches apparaissent en première approximation (Hopfinger 1983, Ancey et Marco 1997). D'une part les avalanches

coulantes (voir plus loin), d'autre part les avalanches en aérosol. Dans ce dernier cas on a affaire à une suspension peu concentrée ($\phi < 5\%$) de particules de glace dans l'air qui se propage à très grande vitesse le long d'une pente. Ces écoulements sont fortement turbulents et la sédimentation des particules de glace peut être la plupart du temps négligée.

Un phénomène qui semble apparenté d'un point de vue mécanique est celui des déferlantes qui se produisent sur les flancs des volcans (Cf §2.2). Ces déferlantes mettent en jeu des suspensions faiblement concentrées (5% environ au niveau de la source (Schneider 1997)) en particules solides dans de l'eau et du gaz, qui s'écoulent rapidement (la vitesse peut dépasser 300 m/s) de manière turbulente, ce qui permet de maintenir les particules en suspension. La concentration solide décroît de la base à la surface libre au point que l'écoulement peut être considéré comme stratifié.

3.2. Les suspensions concentrées

Les mélanges d'un fluide et de particules solides en grand nombre sont très nombreux dans la nature. Les suspensions concentrées les plus répandues sont probablement les magmas. De manière générale ceux-ci sont constitués d'un bain naturel de silicates en fusion, de cristaux ou de fragments de roches, et de composés volatils dissous ou non. Ainsi, tant que la concentration volumique en gaz ou en cristaux n'est pas proche de la concentration maximale d'entassement il est probable que la plupart des mouvements relatifs des bulles ou des cristaux sont lubrifiés par le liquide interstitiel et l'on a affaire à un fluide "relativement" simple, dont le comportement est celui d'une suspension de particules déformables et de particules indéformables dans un fluide newtonien.

En revanche, lorsque les contacts entre cristaux et/ou bulles de gaz deviennent significatifs on peut avoir affaire à un fluide plus complexe. Or les constituants du magma évoluent constamment en particulier du fait des variations de température et de pression. Entre autres la cristallisation résulte d'une diminution de la température et le dégazage résulte de la chute de la pression. Par exemple, la température d'une lave volcanique, qui perd l'essentiel de sa chaleur par rayonnement, varie de quelques centaines de degrés entre le moment où elle parvient à l'air libre et le moment où elle s'arrête. Elle peut ainsi facilement passer de l'état liquide à l'état solide au cours de son écoulement (en fait seule la couche de surface se solidifie presque complètement dans un premier temps). Suivant les caractéristiques particulières de chaque lave on pourra finalement observer des écoulements ayant une apparence très liquide, si la cristallisation est retardée ou si les cristaux sédimentent, ou des écoulements très granuleux, voire avec une croûte pratiquement solide si la cristallisation est importante. Les mesures existantes montrent effectivement que les silicates fondus semblent passer progressivement d'un comportement newtonien à un comportement de type fluide à seuil au cours de la cristallisation résultant

d'une diminution de température, tant que la fraction de cristaux n'est pas trop grande (Gauthier 1973, McBirney and Murase 1984). Par ailleurs, à température égale, la viscosité d'un magma est d'autant plus forte que sa teneur en silice est grande. Ainsi les basaltes pauvres en silice sont peu visqueux, contrairement aux dacites ou aux rhyolites riches en silice.

La situation des laves torrentielles est similaire à ceci près que les changements de phase sont inexistantes. On a affaire à une suspension de grains (sable, cailloux, blocs) dans un mélange eau-argiles. Lorsque la concentration en grains n'est pas trop grande (la limite dépend de la granulométrie du mélange), les mouvements relatifs des grains sont lubrifiés par le fluide interstitiel eau-argile, qui, de ce fait, impose son type de comportement à l'ensemble. Les mélanges eau-argile naturels (au sens large, c'est-à-dire contenant des particules d'un diamètre inférieure à 40 μm) ont un comportement souvent assez simple : dans les conditions habituelles d'écoulement ce sont des fluides à seuil non thixotropes (Coussot and Piau 1994). Ainsi les laves torrentielles ("boueuses") contenant une fraction d'argile suffisamment grande ont un comportement analogue (Coussot and Piau 1995).

Les boues résiduaire entrent aussi dans la catégorie des suspensions concentrées puisqu'il s'agit de mélanges d'eau et de particules solides de toutes tailles avec une dominante de particules colloïdales ou de molécules organiques. Cependant la concentration solide varie dans une gamme très large suivant les traitements effectués sur cette boue. On trouve ainsi des boues très liquides et d'autres plus pâteuses voire pratiquement rigides. Les caractéristiques mécaniques de chaque boue varient largement avec leurs composants. Si les boues "liquides" ont un comportement qui est relativement classique dans le domaine des suspensions (thixotropes à seuil) (Colin 1970, Dick and Ewing 1967, Chilton et al. 1996), l'étude des boues pâteuses est plus complexe. Lorsque la concentration en particules grossières devient importante au point que les contacts directs jouent un rôle significatif le comportement du mélange est mal identifié pour l'instant (Kirby 1988). Les résidus miniers sont probablement aussi complexes et variés. Peu d'études dans le domaine de la rhéologie leur ont été consacrées. Nguyen and Boger (1983) ont cependant montré que les "boues rouges" de bauxite ont un comportement de type fluide à seuil thixotrope.

3.3. Les écoulements granulaires

Utilisant la définition donnée par Ancey (1997) nous appellerons ici "écoulements granulaires" des mouvements de mélanges de particules solides dans un fluide (air ou eau) tels que les interactions entre grains sont de type contact frottant, le mélange a la capacité de se dilater, et la contrainte tangentielle dépend des différences de contraintes normales en cisaillement simple. Les caractéristiques des écoulements granulaires

s'opposent ainsi clairement à celles des écoulements de suspensions concentrées (Ancey 1997).

Il paraît possible de classer dans cette catégorie les magmas contenant une forte concentration de cristaux (de l'ordre de 60%) bien que la dilatance ne soit strictement possible que pour des écoulements à surface libre (laves). On obtient alors un mélange extrêmement visqueux au sein duquel, entre autres, les cristaux en contact peuvent être conduits à se fragmenter au cours des déformations (Fernandez et al. 1997). De même, pour les mélanges eau-argiles-grains (laves torrentielles), lorsque la concentration en grains dépassent une certaine limite, les contacts directs entre grains deviennent prédominants et l'on peut considérer que l'on a affaire à un écoulement granulaire. C'est probablement le cas de la plupart des lahars et des écoulements pyroclastiques, qui contiennent une forte concentration de particules cendreuses et de grains de toutes tailles en suspension respectivement dans de l'eau ou de l'air. Pour les lahars (resp. écoulements pyroclastiques), en l'absence de particules colloïdales, le fluide interstitiel est ici l'eau (respectivement l'air) dont la faible viscosité permet aisément aux grains d'entrer en contact les uns avec les autres. Les écoulements de débris sous-marins doivent pouvoir eux-aussi être classés dans la catégorie des écoulements granulaires puisqu'ils sont constitués d'un mélange d'eau et de grains de tailles diverses avec une fraction colloïdale en général négligeable.

Les avalanches coulantes mettent en jeu un mélange de glace et d'air beaucoup plus concentré que les avalanches en aérosol : la fraction solide varie de 20 à 70%. Les observations de terrain conduisent à penser que l'on a affaire à des écoulements laminaires. On est tenté au premier abord de classer ce type de mouvement dans la catégorie des écoulements granulaires puisque les contacts entre les particules solides jouent un rôle prépondérant. Cependant deux phénomènes compliquent notablement cette analyse simpliste : la composition de la neige dépend fortement de l'histoire thermodynamique du système (les trois états de l'eau peuvent coexister autour du point triple) ; les agrégats de neige peuvent facilement se disloquer ou se déformer lors des contacts (Ancey et Marco 1997).

3.4. Synthèse

Les caractéristiques majeures des écoulements naturels de fluides complexes peuvent être dégagées. Il y a d'une part une **grande variabilité des constituants du matériau** d'un même phénomène, même lorsqu'il se produit dans un même lieu. Ceci signifie entre autres qu'il est très difficile, en vue de prédire de futurs écoulements, de se reposer sur une détermination des caractéristiques du matériau à un instant particulier. S'ajoute à cela le fait que certains matériaux comme ceux constitutifs des laves volcaniques ou des avalanches peuvent évoluer sensiblement au cours de l'écoulement. D'autre part la plupart des fluides naturels sont des suspensions dont la concentration est proche de la concentration maximale d'entassement. De

ce fait, divers types d'écoulements apparaissent selon la nature du fluide interstitiel (si tant est que l'on puisse en définir un), selon la concentration en grains et selon les caractéristiques de l'écoulement :

- les écoulements de **suspensions concentrées**, pour lesquels l'essentiel des dissipations visqueuses provient de l'écoulement du fluide interstitiel (qui lubrifie donc les mouvements relatifs des grains);
- les écoulements **granulaires**, pour lesquels les contacts entre grains jouent un rôle déterminant sur les propriétés mécaniques du mélange (entre autres on obtient de tels écoulements lorsque le fluide interstitiel est suffisamment liquide et la concentration en grains suffisamment grande)
- les écoulements de **pâtes** (classe intermédiaire entre les deux précédentes ?) correspondraient à des mélanges pour lesquels les contacts "directs" entre particules solides (colloïdales ou non) sont importants mais qui ne peuvent pas se dilater ;
- les **aérosols** sont quant à eux des mouvements de grains et d'air pour lesquels l'écoulement est suffisamment rapide et les particules suffisamment légères pour que l'influence de la gravité au sein du mélange soit négligeable (contrairement à l'écoulement granulaire).

4 Modélisation

4.1 Détermination du comportement

La détermination du comportement mécanique des fluides naturels se heurte à divers problèmes. Le premier est celui de la taille de l'échantillon représentatif qui doit être testé. Les écoulements naturels contiennent en effet la plupart du temps des grains de toutes tailles jusqu'à des particules très grosses (blocs de plusieurs mètres de diamètres dans les écoulements pyroclastiques ou les laves torrentielles). Dans ces conditions il faudrait disposer d'un rhéomètre d'une taille gigantesque pour réaliser des mesures sur un échantillon représentatif. Les mesures entreprises l'ont donc été sur une fraction des matériaux : fraction moyennement grossière des laves torrentielles à l'aide de rhéomètres de grande taille (1 m de diamètre environ) (Phillips and Davies (1991), Major and Pierson (1992), Coussot and Piau (1995)) ; ou sur des matériaux analogues pour les laves volcaniques ou les magmas : silicates fondus (Shaw 1972) ou suspensions modèles (Fernandez et al. 1997). Quelques mesures ont été tentées dans des dépôts de lave récents (Shaw et al. 1968, Gauthier 1973, Pinkerton and Sparks 1978) à l'aide d'instruments spécifiques utilisant conjointement, pour la géométrie de mesure, le principe du scissomètre ou du pénétromètre utilisés en mécanique des sols, et pour la procédure, le principe des rhéomètres (vitesse (resp. effort) contrôlé et effort (resp. vitesse) mesuré). Compte tenu de ces difficultés les résultats de mesure restent extrêmement rares.

Le second problème qui apparaît notamment avec des aérosols ou des écoulements granulaires est la difficulté de réaliser des mesures en laboratoire dans des conditions proches de celles qui prévalent lors de l'écoulement réel. Ce résultat est attendu pour les aérosols, puisque la turbulence prédomine, seule des expériences dans des conditions strictement analogues (ou en similitude physique) peuvent fournir des formules empiriques de lois de frottement ou de vitesses. Pour les écoulements granulaires les caractéristiques de l'écoulement sont telles qu'elles permettent aux mélanges de se dilater si nécessaire. Or les outils classiques de rhéométrie, qui tendent à imposer des efforts ou des vitesses à un matériau, doivent en général contraindre l'échantillon dans un volume donné, de façon à lui imposer des conditions aux limites particulières. Le cas typique est celui de la neige, qui se tasse considérablement lorsqu'elle est placée dans un rhéomètre à cylindres coaxiaux, alors qu'elle peut être très dilatée au sein d'une avalanche. Compte tenu de ce tassement on ne parvient à cisailer qu'une fine couche de neige voire d'eau située le long de la paroi en mouvement.

Afin de régler ce problème il est naturel d'envisager de réaliser des mesures de rhéométrie dans des conditions analogues à celles qui prévalent lors des écoulements granulaires naturels, c'est-à-dire notamment des écoulements à surface libre, en utilisant la méthode utilisée par exemple par Astarita et al. (1964) qui consiste à déduire la loi de comportement du fluide étudié (supposée s'exprimer simplement sous la forme d'une relation univoque contrainte-gradient de vitesse) à partir de la loi hauteur-débit pour des écoulements à surface libre. Si cette technique (théoriquement rigoureuse) s'avère probante lorsque le glissement aux parois est négligeable pour des matériaux boueux simples (Coussot et Boyer 1995), il n'en est malheureusement pas de même pour des écoulements granulaires. Ancy et al. (1996) ont ainsi montré que, pour un matériau constitué de billes de verre dans de l'air, la loi de comportement (contrainte-gradient de vitesse), obtenue sous les hypothèses ci-dessus, variait avec la pente du canal utilisée et était décroissante. Ces résultats, tous deux contradictoires avec l'hypothèse d'une relation univoque $\gamma = f(\tau)$, signifient qu'il faut, pour traiter les écoulements granulaires, prendre en compte la dilatance locale, qui induit des variations dans la nature des chocs en fonction de la vitesse et des contraintes normales locales.

En géologie il est courant d'induire le comportement mécanique ou les caractéristiques des écoulements à partir de la forme et de la structure des dépôts. C'est le cas notamment pour les écoulements pyroclastiques (Schneider 1997) ou les glissements sous-marins (Friedman et al. 1992). Par exemple la ségrégation normale (les gros grains près du fond) au sein d'un dépôt est un indice de faible viscosité du mélange ou de faible vitesse, contrairement à l'absence de ségrégation qui est l'indice d'une intense agitation ou d'une forte viscosité. L'analyse de la cohésion ou de la stratification au sein du matériau, ou de la forme de la surface des dépôts,

fournit aussi des indications concernant l'écoulement. Ce type d'analyse peut paraître peu satisfaisante à un physicien puisqu'une large gamme de mécanismes peut donner lieu à des résultats observables identiques, mais le géologue ne dispose souvent pas d'autres outils face à des écoulements naturels dont l'observation directe lui échappent totalement pour diverses raisons (imprévisibilité, échelle de temps trop grande, écoulement caché par la mer, écoulement ancien, etc). Dans certains cas il est aussi possible d'estimer la valeur de caractéristiques essentielles du comportement mécanique des matériaux qui se sont écoulés. C'est le cas avec les laves torrentielles boueuses, qui sont fondamentalement des fluides à seuil, et dont le seuil de contrainte peut être estimé à partir de l'épaisseur ou de la forme des dépôts (masses boueuses arrêtées sur des pentes significatives) (Johnson 1970, Whipple and Dunne 1992, Coussot et al. 1996). D'une manière analogue c'est aussi le cas avec les laves volcaniques lorsqu'elles sont supposées être essentiellement des fluides à seuil (Fink and Zimbelman 1986, Wadge and Lopes 1991).

4.2 Modélisation

De nombreuses modélisations numériques ou analytiques des écoulements de fluides naturels (avalanches, laves torrentielles, laves volcaniques) ont été proposées, qui reposent bien entendu, compte tenu de ce qui est dit plus haut, sur une estimation grossière du comportement du matériau. Dans le cas des écoulements de laves volcaniques les modèles s'avèrent rapidement très complexes lorsqu'ils cherchent à être réalistes, car il faut prendre en compte non seulement les aspects dynamiques du phénomène mais aussi les aspects thermiques puisque la viscosité (et/ou le seuil de contrainte) varie avec la température. Dans ce cadre, des modèles analytiques simplistes permettent cependant de comprendre l'origine de certaines propriétés essentielles des écoulements de laves (Danes 1972, Huppert 1986, Dragoni 1989, Crisp and Baloga 1990). Des modèles (numériques) plus complets prenant en compte l'ensemble des aspects thermodynamiques, bien que formellement plus proches de la réalité, se heurtent en pratique plus significativement au problème de l'incertitude concernant un grand nombre de paramètres. Récemment des approches expérimentales en analogie avec la réalité ont été proposées qui consistent à générer des écoulements d'une substance qui se solidifie à température ordinaire (cire), ce qui permet de simuler la solification des laves en cours d'écoulement (Fink and Griffiths 1990, Griffiths and Fink 1997).

Le cas des laves torrentielles se présente mieux puisque d'une part le matériau n'évolue pas fondamentalement au cours de l'écoulement et d'autre part il est possible d'estimer les propriétés mécaniques du matériau à partir de mesures sur des dépôts anciens (Cf §3.3). Les laves boueuses (contenant suffisamment d'argile pour que le fluide interstitiel eau-argiles joue le rôle de lubrifiant) ont été traitées en introduisant un modèle de Herschel-Bulkley dans les équations du mouvement (Johnson 1970, Coussot

1997). Néanmoins, pour le traitement des écoulements transitoires, une difficulté subsiste concernant le rôle exact du front souvent constitué d'une forte concentration de blocs. Les laves granulaires ont quant à elles été traitées essentiellement à l'aide du modèle de Bagnold (1954) (Takahashi 1991). Ce dernier modèle exprime la contrainte sous la forme d'un terme proportionnel au carré du gradient de vitesse, lorsque la vitesse d'écoulement est suffisante. Ce modèle est séduisant puisqu'il repose sur un raisonnement physique très simple : la fréquence de collisions et la quantité de mouvement transmise lors de chaque choc sont tous deux grossièrement proportionnels au gradient de vitesse dans un écoulement couches sur couches. Cependant ce modèle tel quel est très loin de représenter la réalité sauf pour des régimes d'écoulement bien spécifiques (Campbell 1990).

Pour les avalanches, les écoulements pyroclastiques ou les lahars, on est amené à faire des suppositions concernant le comportement du matériau en écoulement. Compte tenu de l'influence décisive de la valeur exacte de la viscosité du matériau sur les caractéristiques des écoulements, il est clair que ces modélisations ne peuvent prétendre prédire les zones touchées par l'écoulement ou la forme des dépôts, mais ont simplement pour but d'étudier les variations induites sur ces caractéristiques par des changements dans les propriétés du matériau ou dans la topographie.

5. Conclusion

Il n'est guère envisageable, compte tenu de la variabilité des matériaux, des problèmes de mesure, et de la complexité des matériaux ou des écoulements, d'espérer prévoir de manière précise les caractéristiques des écoulements de fluides naturels ou les représenter correctement. Dans ces domaines il faut donc accepter de travailler avec des estimations grossières. Les études mécaniques ou thermodynamiques de ces écoulements (rhéologie) menées de manière précises ont deux intérêts majeurs :

- associées à des études physiques elles permettent de comprendre l'origine fondamentale des propriétés mécaniques du matériau, et donc en particulier d'avoir, en pratique, une approche plus pertinente du comportement dans les différentes situations qui peuvent se présenter ;
- menées systématiquement (en faisant varier les divers paramètres) elles permettent de déduire l'influence de la topographie ou des caractéristiques du matériau, et les grandes tendances de l'écoulement considéré.

Enfin, compte tenu du type de matériau rencontré en général il semble par conséquent qu'un effort majeur dans le domaine du comportement des suspensions très concentrées, des pâtes et des fluides granulaires pourrait apporter des éléments essentiels à de futures recherches dans le domaine des fluides naturels puisqu'il serait alors possible de s'appuyer sur des

modèles fondamentaux pertinents pour l'étude et la compréhension des écoulements. Cet effort aurait un grand intérêt dans le domaine des fluides industriels qui sont aussi très souvent des suspensions concentrées.

Références

- Ancey, C. (Coordinateur) 1996. Guide Neige et Avalanches : Connaissances, Pratiques, Sécurité. Edisud, Aix-en-Provence.
- Ancey, C. 1997. Rhéologie des écoulements granulaires en cisaillement simple - Application aux laves torrentielles granulaires. Thèse de l'Ecole Centrale de Paris, France.
- Ancey, C., Coussot, P., and Evesque, P. 1996. Examination of the possibility of a fluid-mechanics treatment of dense granular flows. *Mech. Cohesive-Frictional Mater.*, 1, 385-403.
- Ancey, C., et Marco, O. 1997. Les avalanches. in B. Ildefonse, C. Allain et P. Coussot (Ed.), *Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable - Introduction aux suspensions en géologie et en physique*, Cemagref Editions, Antony (France), 89-104, Ch.5.
- Astarita, G., Marrucci, G., and Palumbo, G. 1964. Non-Newtonian gravity flow along inclined plane surfaces. *Ind. Eng. Chem. Fund.*, 3, 333-339.
- Bagnold, R.A., 1954. Experiments on a gravity free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear. *Proc. R. Soc. London, A* 225, 49-63.
- Bernard, C.J.M., 1927. *Cours de Restauration des Montagnes*. Ecole Nationale des Eaux et Forêts, Nancy.
- Campbell, C.S., 1990. Rapid granular flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 22, 57-92.
- Chilton, R., Stainby, R., and Thompson, S. 1996. The design of sewage sludge pumping systems. *J. Hydr. Res.*, 34, 395-408.
- Colin, F. 1970. Application de techniques rhéologiques à l'étude des boues résiduaires. Centre Belge d'Etude et de Documentation des Eaux, 317, 178-187.
- Costa, J.E., and Williams, G.P., 1984. Debris-flow dynamics (videotape): U.S. Geological Survey Open-File Report 84-6606, 22.5 min.
- Coussot, P. 1996. *Les laves torrentielles - Connaissances de base à l'usage du praticien*. Cemagref Editions, Antony (France), Coll. Etudes, 23.
- Coussot, P. 1997. *Mudflow rheology and dynamics*. IAHR monograph, Balkema, Amsterdam, 250p.
- Coussot, P., and Piau, J.-M., 1994. On the behaviour of fine mud suspensions. *Rheol. Acta*, 33, 175-184.
- Coussot, P., and Piau, J.-M., 1995. A large-scale field coaxial cylinder rheometer to study the rheology of natural coarse suspensions. *J. Rheol.*, 39, 105-124.

- Coussot, P., and Boyer, S. 1995. Determination of yield stress fluid behaviour from inclined plane test. *Rheol. Acta*, 34, 534-543.
- Coussot, P., and Proust, S. 1996. Slow, unconfined spreading of a mudflow. *J. Geophys. Res.*, 101, 25,217-25,229.
- Crisp, J., and Baloga, S. 1990. A model for lava flows with two thermal components. *J. Geophys. Res.*, 95, 1255-1270.
- Danes, Z.F., 1972. Dynamics of lava flows, *J. Geophys. Res.*, 77, 1430-1432.
- Dick, R.I., and Ewing, B.B. 1967. The rheology of activated sludge. *J. WPCF*, 39, 543-560.
- Dott, R.H., 1963. Dynamics of subaqueous gravity depositional processes. *Bull. Am. Assoc. Petr. Geol.*, 47, 104-128.
- Dragoni, M., 1989. A dynamical model of lava flows cooling by radiation. *Bull. Volcanol.*, 51, 88-95.
- Fairchild, L.H., 1985. Lahars at Mount St. Helens, Ph.D. thesis, University of Washington, Seattle, Washington, U.S.A.
- Fernandez, A., Ildefonse, B., et Gasquet, D. 1997. Structures et propriétés rhéologiques des magmas. in B. Ildefonse, C. Allain et P. Coussot (Ed.), *Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable - Introduction aux suspensions en géologie et en physique*, Cemagref Editions, Antony (France), Ch.1, 23-36.
- Fink, J., and Griffiths, R. 1990. Radial spreading of viscous-gravity currents with solidifying crust. *J. Fluid Mech.*, 221, 485-509.
- Fink, J.H., and Zimbelman, J.R. 1986. Rheology of the 1983 Royal Gardens basalt flows, Kilauea Volcano, Hawaii. *Bull. Volcanol.*, 48, 87-96.
- Friedman, G.M., Sanders, J.E., and Kopaska-Merkel, D.C., 1992. Principles of sedimentary deposits. Stratigraphy and sedimentology. Macmillan Publishing Company, New-York.
- Gauthier, F. 1973. Field and laboratory studies of the rheology of Mount Etna lava. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, A274, 83-98.
- Ghibaudo, G., 1992. Subaqueous sediment gravity flow deposits: practical criteria for their field description and classification. *Sedimentology*, 39, 423-454.
- Graf, W.H., et Altinakar, M.S. 1996. *Hydraulique fluviale - écoulement non permanent et phénomènes de transport. Traité de génie civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Vol.16, Tome2.*
- Griffiths, R.W., and Fink, J. 1997. Solidifying Bingham extrusions: a model for the growth of silicic lava domes. *J. Fluid Mech.*, 347, 13-36.
- Harbor, J.M. 1992. Application of a general sliding law to simulating flow in a glacier cross-section. *J. Glaciol.*, 38, 182-190.
- Hiscott, R.N., and Aksu, A.E., 1994. Submarine debris flows and continental slope evolution in front of quaternary ice sheets, Baffin Bay, Canadian Arctic. *Am. Assoc. petr. Geol.*, 78, 445-460.
- Hopfinger, E.J. 1983. Snow avalanche motion and related phenomena. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 15, 47-76.

- Huppert, H.E. 1986. The intrusion of fluid mechanics into geology. *J. Fluid Mech.*, 173, 557-594.
- Hutter, K. 1982. Dynamics of glaciers and large ice masses. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 14, 87-130.
- Ildefonse, B., et Nicolas, A. 1997. Ecoulement magmatique dans les gabbros et problème des chambres magmatiques sous les dorsales océaniques. in B. Ildefonse, C. Allain et P. Coussot (Ed.), *Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable - Introduction aux suspensions en géologie et en physique*, Cemagref Editions, Antony (France), 37-49, Ch.2.
- Johnson, A.M., 1970. *Physical processes in Geology*. Freeman Cooper and Co, San Francisco, California.
- Johnson, A.M., and Rodine, J.R., 1984. Debris flow. in D. Brunnsden and D.B. Prior, *Slope Instability*, John Wiley and Sons, New-York, Chapter 8.
- Kirby, J.M. 1988. Rheological characteristics of sewage sludge: a granuloviscous material. *Rheol. Acta*, 27, 326-334.
- Kranenburg, C., and Winterwerp, J.C. 1997. Erosion of fluid mud layers. I: Entrainment model. *J. Hydraul. Eng.*, 123, 504-511.
- Liboutry, L.A. 1976. Physical processes in temperate glaciers. *J. Glaciol.*, 16, 151-158.
- Major, J.J., and Pierson, T.C., 1992. Debris flow rheology: Experimental analysis of fine-grained slurries. *Water Resour. Res.*, 28, 841-857.
- McBirney, R., and Murase, T., 1984. Rheological properties of magmas. *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, 12, 337-357.
- Meunier, M., 1991. *Éléments d'hydraulique torrentielle*. Collection Etudes, Série Montagne (1), Cemagref, France.
- Middleton, G.V., and Hampton, M.A., 1976. Subaqueous sediment transport and deposition by sediment gravity flows. in D.J. Stanley and D.J.P. Swift, *Marine sediment transport and environment management*, John Wiley, New-York, 11, 197-218.
- Minale, M., and Astarita, G. 1996. Ice streams in Antarctica: transverse instability of gravity driven flow. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 62, 155-174.
- Mougin, P., 1931. *La Restauration des Alpes*, Imprimerie Nationale, Paris.
- Nguyen, Q.D., and Boger, D.V. 1983. Yield stress measurement for concentrated suspensions. *J. Rheol.*, 27, 321-349.
- Nye, J.F. 1965. The flow of a glacier in a channel of rectangular, elliptic or parabolic cross-section. *J. Glaciol.*, 5, 661-690.
- O'Brien, J.S., Julien, P.Y., 1988. Laboratory analysis of mudflows properties. *J. Hydr. Eng.*, 114, 877-887.
- Phillips, C.J., and Davies, T.R.H., 1991. Determining rheological parameters of debris flow material. *Geomorphology*, 4, 101-110.
- Pinkerton, H., and Sparks, R.S.J., 1978. Field measurements of the rheology of lava. *Nature*, 276, 383-384.
- Prior, D.B., and Coleman, J.M., 1984. Submarine slope instability, in D. Brunnsden and D.B. Prior, *Slope instability*, John Wiley & Sons, New York, Chapter 10.

- Raymond, C. 1996. Shear margins in glaciers and ice sheets. *J. Glaciol.*, 42, 90-102.
- Richard, D. 1997. Transport solide par charriage torrentiel. in B. Ildefonse, C. Allain et P. Coussot (Ed.), *Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable - Introduction aux suspensions en géologie et en physique*, Cemagref Editions, Antony (France), 105-121, Ch.6.
- Schneider, J.L. 1997. Ecoulements pyroclastiques et avalanches de débris en domaine volcanique. in B. Ildefonse, C. Allain et P. Coussot (Ed.), *Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable - Introduction aux suspensions en géologie et en physique*, Cemagref Editions, Antony (France), 51-70, Ch.3.
- Scott, K.M., 1988. Origins, behavior, and sedimentology of lahars and lahar-runout flows in the Toutle-Cowlitz river system. *U.S. Geol. Surv. Prof. Pap.*, 1447-4.
- Shaw, H.R. 1972. Viscosities of magmatic silicate liquids: an empirical method of prediction. *Am. J. Sci.*, 272, 870-893.
- Shaw, H.R., Wright, T.L., Peck, D.L., and Okamura, R., 1968. The viscosity of basaltic magma: an analysis of field measurements in Makaopuhi lava lake, Hawaii. *Am. J. Sci.*, 266, 225-264.
- Takahashi, T., 1991. Debris flow. *IAHR monograph series*, Balkema, Rotterdam.
- Wadge, G., and Lopes, R.M.C. 1991. The lobes of lava flows on Earth and Olympus Mons, Mars. *Bull. Volcanol.*, 54, 10-24.
- Whipple, K., and Dunne, T., 1992. The influence of debris-flow rheology on fan morphology, Owens Valley, California. *Geol. Soc. Am. Bull.*, 104, 887-900.

Rhéologie des écoulements granulaires

Application aux laves torrentielles granulaires

Rheology of granular flow

Application to stony debris flows

Christophe ANCEY

division Érosion Torrentielle, Neige et Avalanches

Domaine Universitaire BP 76

38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex

email : christophe.ancey@grenoble.cemagref.fr

Résumé : Un grand nombre d'écoulements naturels ou industriels impliquent un mélange concentré de particules dans un fluide ; c'est le cas par exemple des laves torrentielles granulaires qui surviennent dans les torrents de montagne. Lorsque la concentration solide du mélange est suffisamment élevée, il existe un réseau de particules en contact direct ; nous qualifions de 'granulaire' l'écoulement d'un tel mélange par opposition aux écoulements de suspension. Les interactions au sein d'un mélange de particules non colloïdales dans un fluide newtonien sont variées : frottement, collision, contact lubrifié, etc. On montre que moyennant certaines hypothèses (écoulement simplement cisailé en régime permanent), il est possible de considérer à l'échelle macroscopique le mélange comme un milieu continu effectif et d'obtenir la forme de la loi de comportement à partir d'une moyenne de volume des contraintes locales. Pour simplifier la forme générique de cette loi, on propose une expression simplifiée de la fonction de distribution des contacts, qu'on relie ensuite aux variables de l'écoulement (taux de cisaillement et contraintes) à l'aide d'une loi empirique. Selon la nature du (ou des) contact(s) prédominant(s), on montre qu'il y a différentes classes de loi de comportement que l'on peut classer à l'aide de deux nombres adimensionnels (un nombre de Stokes et un nombre de prédominance) : écoulements granulaire, diphasique ou de suspension. Nous nous sommes surtout intéressés par la suite aux écoulements granulaires. Les contacts prédominants sont alors les contacts frottants et collisionnels. La loi de Coulomb est utilisée pour décrire le frottement à l'échelle macroscopique. De ce fait, une des caractéristiques essentielles de la loi de comportement est la dépendance de la contrainte de cisaillement vis-à-vis de la contrainte normale (au plan de cisaillement). Des expériences ont été réalisées sur plusieurs géométries de rhéomètre, notamment un canal de grande taille. Compte tenu du lien entre contraintes tangentielle et normale, il a fallu proposer de nouvelles méthodes de traitement rhéométrique adaptées à chaque géométrie d'écoulement. Les résultats expérimentaux (profil de vitesse, loi hauteur-débit, domaine de stabilité, etc.) sont en très bon accord avec les prédictions théoriques.

Abstract: A large number of natural or industrial flows involves a mixture of particles in a fluid. When the solid concentration is high enough, there exists a net of particles with direct contacts; we call 'granular' the flow of such a mixture. For the mixtures made up of non colloidal particles in a Newtonian fluid, the interactions between particles are various: friction collision, lubricated contact, etc. We show that, on the basis of a few assumptions, it is possible to consider the mixture at the macroscopic level as a continuum and thereby to obtain the constitutive equation by averaging the microscopic stress. In order to simplify the final form of this equation, we then propose a rough expression for the contact distribution function, which is related to flow variables (notably the shear rate and the normal stress) via a phenomenological law. According to the type of the predominant contact, we show that there exists several classes of constitutive

equation, which can be classified using two dimensionless numbers (Stokes number and 'predominance' number): granular flow, hydrodynamic and particulate suspension flow, two-phase flow. The main part of the thesis is devoted to granular flows. In this case, the contacts between particles are friction and/ or collision. A chief feature of the constitutive equation is the shear-stress dependency with respect to the normal stress. Experiments have been performed on several types of rheometer, especially an inclined channel. Given the link between stress and normal stresses, new rheometrical treatment should have been proposed for each type of viscometric flow. Experimental results (velocity profile, discharge relation, stability, etc.) are in agreement with our theoretical predictions. For granular flows down an inclined channel, experiments exhibit specific properties: linearity of the discharge equation, convexity of the velocity profile, etc.

1. Introduction

Un grand nombre d'écoulements naturels mobilisent des mélanges concentrés composés de particules solides non colloïdales dans un fluide. On peut citer comme exemples les écoulements rocheux, les laves torrentielles granulaires, ou bien encore les avalanches. Ces écoulements représentent une menace pour les populations, les habitations, et les activités dans les zones de montagne. Pour fonder sur des bases scientifiques plus solides les méthodes utilisées en ingénierie servant à prévenir les effets de ces écoulements, il s'avère extrêmement intéressant de parvenir à une connaissance suffisante de la loi de comportement du matériau mobilisé. A partir de cette loi de comportement, on peut par exemple déduire des critères de similitude afin de réaliser des simulations d'écoulements à échelle réduite ou bien établir les équations dynamiques à la base des modèles numériques servant à représenter l'écoulement.

Dans le cas qui nous intéresse ici, la loi de comportement n'est connue que pour certaines gammes d'écoulement et pour certains types de mélange. Par exemple, les théories cinétiques parviennent à représenter le comportement d'un écoulement très rapide de particules solides à condition que le fluide interstitiel ait un rôle négligeable et que les contacts entre particules soient collisionnels [1]. A l'opposée, des lois de comportement phénoménologiques fondées sur la loi de Coulomb parviennent à décrire le comportement des sols soumis à très petites déformations [2]. De même, lorsque le fluide interstitiel joue le rôle prépondérant, des lois de comportement se basant sur des considérations heuristiques sur le rôle des contacts lubrifiés entre particules amènent à une description correcte du comportement pour une gamme assez large de vitesse de cisaillement [3].

En ce qui concerne plus particulièrement les écoulements naturels comme les écoulements rocheux ou les laves granulaires, les lois de comportement rappelées ci-dessus ne sont pas utilisables ou extrapolables, car on a affaire à des écoulements rapidement cisailés, avec des contacts frictionnels et collisionnels entre grains, et pour lesquels le fluide joue un rôle très variable selon la taille des particules et la concentration. Cet article présente l'approche qui a été suivie pour obtenir la loi de comportement adaptée à de tels écoulements.

2. Rhéologie des mélanges concentrés de particules dans un fluide

Depuis une trentaine d'années nombreuses approches ont été suivies pour proposer des lois de comportement adaptées aux écoulements granulaires rapides. On peut citer par exemple les modèles inspirés de la théorie cinétique [4], les modèles phénoménologiques basés sur la loi de Coulomb [5], des modèles exploitant le formalisme des milieux de Cosserat [6]. Nous avons opté pour une approche nouvelle de type microstructurel, dont les fondements théoriques ont été originellement proposés par Batchelor pour les suspensions [7]. Dans ce cadre, on définit un milieu continu effectif, dont le tenseur des contraintes est obtenu à partir d'une moyenne (de volume) des contraintes locales. Par rapport à d'autres approches, l'approche microstructurelle est intéressante, car elle permet de rendre compte assez finement de la microstructure.

On donne à travers la figure 1 un exemple de l'importance du rôle joué par la microstructure sur le comportement macroscopique d'un mélange concentré de particules non colloïdales dans un fluide newtonien. Il s'agit d'une expérience réalisée sur un mélange de billes de verre de diamètre 0,8 mm dans du glycérol (de viscosité 1 Pa.s) à la concentration volumique de 60,5 %. Le mélange a été cisailé à l'aide d'un rhéomètre de Couette (en fait, pour des raisons pratiques de surface d'entraînement, nous avons utilisé un scissomètre composé d'un axe muni de huit ailettes de largeur 3,0 cm) sur une large gamme de vitesses de rotation et pour différentes hauteurs de matériaux. Sur la figure 1, nous avons reporté le rapport du couple adimensionnel sur une hauteur adimensionnée. On note qu'aux faibles vitesses de rotation, le couple ne dépend pas ou presque pas de la vitesse de rotation du cylindre et est une fonction du carré de la hauteur. Inversement à grandes vitesses de rotation on observe une dépendance quasi-linéaire du couple vis-à-vis de la vitesse de rotation et de la hauteur de cisaillement. Si l'on interprète ces observations en termes de contraintes, on peut distinguer deux classes de comportement. Premièrement, à faible vitesse (jusqu'à des vitesses de 1 rad/s, soit des taux de cisaillement de l'ordre de 5 s^{-1}), la contrainte de cisaillement dépend linéairement de la contrainte normale et est indépendante du taux de cisaillement ; on a donc affaire à un comportement typiquement plastique (frictionnel) qui pourrait être décrit par une loi de frottement de type Coulomb. Deuxièmement, à forte vitesse (pour des vitesses supérieures à 1 rad/s), la contrainte de cisaillement est trouvée être une fonction linéaire du taux de cisaillement et est indépendante de la contrainte normale ; on a alors affaire à un comportement visqueux, qui peut être correctement décrit par une loi newtonienne.

On a ici un exemple de changement brutal de comportement par simple augmentation de la vitesse de cisaillement et sans changement notable de la concentration solide. L'explication pourrait en être la suivante : à faible

vitesse de cisaillement (au-dessous de $0,5 \text{ s}^{-1}$), il existe un réseau de particules en contact direct frottant, ce qui confère au mélange son caractère plastique tandis qu'à fortes vitesses de cisaillement (au-delà de 5 s^{-1}), l'inertie du fluide devient importante et les contacts en particules deviennent lubrifiés, ce qui implique un comportement pseudo-newtonien pour le mélange.

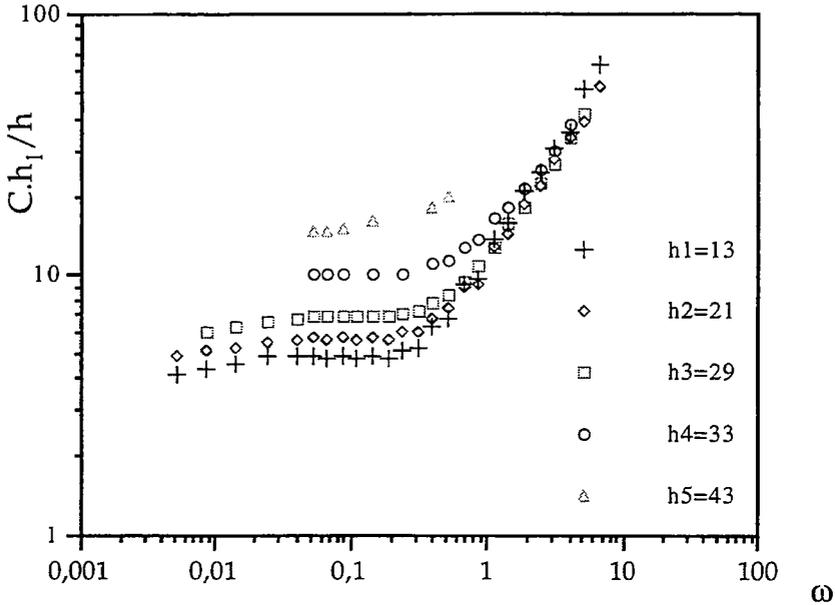


Figure 1. Variation du rapport couple adimensionnel sur la hauteur de cisaillement adimensionnalisée $C/(h/h_1)$ en fonction de la vitesse de rotation du scissomètre (en rad/s) pour un mélange billes de verre-glycérol avec $d_{50}=0,8 \text{ mm}$. La hauteur h_1 prise comme référence vaut 13 mm . Les différentes hauteurs cisillées sont indiquées en mm. Le rapport $C/(h/h_1)$ est indiqué en % du couple maximal mesurable par le rhéomètre ($4,9 \text{ Ncm}$). La concentration solide est $\phi=60,5 \%$.

Pour autant, même en optant pour une approche microstructurale calquée sur le modèle de Batchelor, il n'est pas très facile d'obtenir la loi de comportement des mélanges très concentrés. La difficulté est bien sûr technique à cause d'expressions mathématiques difficiles à résoudre ou à exploiter, mais aussi physique, car il faut s'attendre à une grande variabilité des classes de comportement en fonction des conditions d'écoulement. La figure 1 en a donné un exemple intéressant. Considérons le nombre de paramètres nécessaires à définir un mélange concentré de particules sphériques identiques élastiques dans un fluide newtonien. Tout d'abord, la donnée de base est la concentration volumique ϕ (c'est-à-dire le volume de solide rapporté au volume total) ; les paramètres se rapportant à la phase

fluide sont au nombre de deux : la viscosité μ et la masse volumique ρ_f . Pour les particules, il convient de préciser : la taille des particules R , leur masse volumique ρ_p (ou leur masse m), le module d'Young, la coefficient de frottement grain-à-grain λ . Pour déterminer les forces de contact lubrifié, il faut également connaître la distance h_0 entre la surface de deux particules à partir de laquelle ces forces agissent. Enfin pour décrire l'écoulement lui-même, il faut connaître l'échelle du taux de cisaillement Γ , le niveau de contrainte normale imposée σ et le degré de fluctuations de vitesse des particules T (température granulaire). Soit au total 11 paramètres nécessaires. Selon le théorème de Vashy-Buckingham, on peut donc former huit nombres adimensionnels indépendants. On montre que ces huit nombres sont : la concentration solide volumique ϕ , le nombre de Reynolds ($Re = \rho_f R^2 \Gamma / \mu$), le nombre de Stokes ($St = 9 \rho_p \Gamma R^2 / 9 \mu$), le nombre de Davis ($\varepsilon = 4 \mu R^{5/2} \Gamma / \pi E h_0^{5/2}$), le nombre de Péclet ($Pe = R^2 \Gamma^2 / T$), le nombre de Coulomb ($Co = \sigma / \rho_p \Gamma^2 R^2$), le rapport des forces de contact lubrifié sur le frottement causé par le poids propre des particules ($R_{l/p} = \mu \Gamma / \lambda \rho_p g h_0$), et le rapport du temps de contact frottant sur la durée d'un contact collisionnel ($R_{f/c} = (Re \Gamma^3 / m)^{2/5}$) [8]. La loi de comportement est ainsi une fonction dépendant de huit nombres adimensionnels :

$$(1) \quad \Sigma = \Sigma(\phi, Re, \varepsilon, R_{l/p}, R_{f/c}, Co, St, Pe)$$

On comprend facilement que le comportement rhéologique des mélanges concentrés soit bien plus complexe que celui des fluides newtoniens (un nombre adimensionnel suffit à caractériser le mouvement) ou viscoplastiques (deux ou trois nombres adimensionnels suffisent). Notamment, comme cela a été illustré par la figure 1, des changements importants dans la structure même de la loi de comportement peuvent s'opérer si au niveau de la microstructure, il y a changement dans la nature des interactions ou de l'arrangement des particules. A la lumière de cette simple analyse dimensionnelle, il semble indispensable de bien délimiter les différents régimes d'écoulement (en se servant des nombres adimensionnels ci-dessus) et d'associer des lois de comportement adaptées à chacun d'eux.

On peut par exemple définir le régime des écoulements granulaires comme le domaine des écoulements à contacts majoritairement frictionnels et également collisionnels. En termes de nombres adimensionnels, cela impose que l'on travaille dans le domaine : $St \gg 1$ (généralement, plus exceptionnellement $St \ll 1$), $Co \sim 1$, $\varepsilon \ll 1$, $R_{f/c} \gg 1$ et $R_{l/p} \ll 1$. Une des originalités majeures, mais qui constitue également une difficulté certaine, est l'existence d'une relation entre la contrainte de cisaillement et la contrainte normale : en effet, la formation à tout instant d'un réseau de particules en contact frictionnel à travers l'écoulement amène nécessairement à un lien entre ces deux contraintes. Un milieu granulaire en écoulement satisfaisant à une telle relation ne peut être considéré comme un

fluide simple (au sens de la théorie de Noll), et à partir de là beaucoup de résultats classiques de rhéométrie ne sont pas applicables aux écoulements granulaires. De ce point de vue, il ne semble pas imaginable de se servir de rhéomètre pour obtenir expérimentalement la loi de comportement. Que se passe-t-il si on s'aventure à vouloir interpréter des résultats expérimentaux à la lumière de la théorie des écoulements viscosimétriques ? Pour répondre à cette question, nous avons examiné un cas particulier d'écoulement granulaire : l'expérience consistait à étudier des régimes permanents uniformes de billes de verre (dans de l'air) en écoulement le long d'un canal incliné. On peut montrer qu'un canal incliné peut constituer un rhéomètre adéquat pour les fluides dits simples, et notamment qu'à partir de la relation liant le débit à la hauteur d'écoulement, on peut déduire la loi de comportement en cisaillement simple sous la forme d'une relation entre la contrainte de cisaillement τ et le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ [9] :

$$(3) \quad \dot{\gamma} = f(\tau) = \frac{1}{h} \frac{\partial q}{\partial h}$$

On reporte sur la figure un exemple de rhéogramme obtenu par application de l'équation (2) dans le cas de billes de verre de diamètre 0,3 mm.

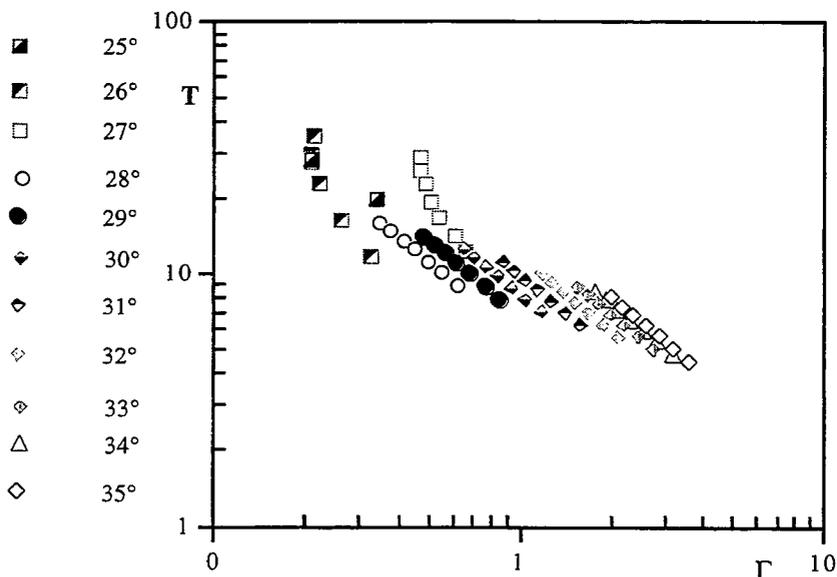


Figure 2 : rhéogramme obtenu pour un écoulement de billes de verre dans de l'air (diamètre moyen $d=0,3$ mm) le long d'un canal incliné de longueur 2 m et de largeur 2,5 cm. Les expériences ont été réalisées pour une gamme de pentes allant de 25 à 35° ; les débits massiques injectés allaient de 0 à 180 g/s. Le fond était muni d'une rugosité de même taille que les billes en écoulement. L'angle de frottement interne des billes est de 27° d'après des

essais au triaxial. Données tirées de [9]. T est une contrainte adimensionnelle ($T = \tau / \rho g d$) et r un taux de cisaillement adimensionnel ($r = \gamma (g/d)^{0,5}$).

Du point de la théorie des écoulements viscosimétriques, le résultat donné par la figure 2 n'est pas cohérent, puisque d'une part les points ne forment pas une courbe unique mais un faisceau de courbes parallèles, et d'autre part ces courbes sont décroissantes, ce qui est impossible du point de la vue de la stabilité de l'écoulement. D'un point de vue mécanique plus général, le résultat est étrange mais n'est pas paradoxal. Si l'on examine le résultat de la figure 2 du point de vue énergétique, la décroissance observée implique que la puissance dissipée par unité de volume Π (sous forme adimensionnelle) ne dépend que de l'inclinaison du canal. De même d'un point de vue cinématique, la décroissance de la contrainte de cisaillement vis-à-vis du taux de cisaillement entraîne que le profil de vitesse doit être convexe (et non concave comme pour les fluides usuels), ce qui est bien observé expérimentalement [10]. L'existence d'un faisceau de courbes parallèles est à mettre en regard avec le faisceau de la figure 1, où on a montré qu'un tel comportement est typique d'un comportement frictionnel (dépendance de la contrainte de cisaillement vis-à-vis de la contrainte normale) si ce n'est que dans le cas de la figure 2, la contrainte de cisaillement dépend apparemment du taux de cisaillement.

En résumé, il n'est pas possible de déduire directement la loi de comportement des écoulements granulaires à l'aide d'expériences de rhéométrie et sur la base de la théorie des écoulements viscosimétriques. Cela impose d'examiner d'abord du point de vue théorique la forme de la loi de comportement, puis de valider l'expression obtenue sur des séries d'expériences. Dans le paragraphe suivant, on développe dans ses très grandes lignes l'approche microstructurale que nous avons suivie.

3. Loi de comportement microstructurale

Nous considérons qu'un mélange concentré de particules sphériques identiques rigides non colloïdales dans un fluide newtonien peut être considéré à l'échelle macroscopique comme un milieu continu effectif dans une certaine plage de nombres adimensionnels ($St \gg 1$ ou $St \ll 1$, $Co \sim 1$, $\varepsilon \ll 1$, $R_{f/c} \gg 1$ et $R_{l/p} \ll 1$). On se sert de la définition du tenseur des contraintes macroscopique proposée par Batchelor [7]. Le tenseur des contraintes macroscopiques est la superposition de la moyenne des contraintes locales σ et du tenseur cinématique de Reynolds (relatifs aux fluctuations de quantité de mouvement au sein du mélange) :

$$(3) \quad \Sigma = \bar{\sigma} - \overline{\rho \mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'}$$

avec $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}$ la fluctuation de vitesse et le signe de barre indique un processus de moyenne (ensemble, volume, etc.). Dans un premier temps, pour mener à bien les calculs et séparer les contributions du fluide interstitiel

et de celles des particules, on a intérêt à utiliser une moyenne de volume. Ce faisant, on montre que le tenseur des contraintes s'écrit sous la forme [8] :

$$(4) \quad \Sigma_{ij} = \frac{1}{V} \int_V (\sigma_{ij} - \rho u'_i u'_j) dV = \Sigma_{ij}^{(f)} + \Sigma_{ij}^{(p)}$$

où la contribution du fluide s'écrit :

$$(5) \quad \Sigma_{ij}^{(f)} = 2\mu \bar{d}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{V} \int_{V_f} p dV - \frac{1}{V} \int_{V_f} \rho_f u'_i u'_j dV$$

avec V le volume de contrôle, V_f le volume occupé par le fluide dans V , p la pression du fluide interstitiel. On a également défini un tenseur taux de déformation macroscopique de la manière suivante :

$$(6) \quad \bar{d}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V d_{ij} dv = \frac{1}{V} \int_{V_f} d_{ij} dv$$

où l'on s'est servi de la rigidité des particules pour annuler le gradient local de vitesse au sein du volume particulaire. La contribution particulaire est un peu plus complexe :

$$(7) \quad \Sigma^{(p)} = \Sigma_s^{(p)} + \Sigma_a^{(p)} + \Sigma_f^{(p)}$$

avec un terme représentant les forces et couples de forces agissant à la surface des particules :

$$(8) \quad \Sigma_s^{(p)} = \frac{1}{V} \sum_{m=1}^N \left(\int_{A_p^{(m)}} \sigma \cdot \mathbf{r} \otimes \mathbf{n} dS - \mathfrak{K} \left(\frac{1}{2} \int_{A_p^{(m)}} \mathbf{r} \times (\sigma \cdot \mathbf{n}) dS \right) \right)$$

un autre terme lié à la vitesse de rotation des particules :

$$(9) \quad \Sigma_a^{(p)} = \frac{1}{2} \frac{1}{V} J_p \sum_{m=1}^N \left(\Omega^{(m)} \otimes \Omega^{(m)} - \Omega^{(m)2} \mathbf{1} \right)$$

et enfin un terme relatif aux fluctuations de contraintes :

$$(10) \quad \Sigma_f^{(p)} = -\frac{1}{V} m_p \sum_{n=1}^N \mathbf{u}'^{(n)} \otimes \mathbf{u}'^{(n)}$$

Dans l'expression (8), l'opérateur \mathfrak{K} représente le produit vectoriel :

$$(11) \quad \mathbf{x} \xrightarrow{\mathfrak{K}} \mathfrak{K}(\mathbf{M}_{\text{ext}}) \mathbf{x} = \mathbf{M}_{\text{ext}} \times \mathbf{x}$$

Dans un second temps, il est intéressant de convertir les moyennes de volume en moyenne d'ensemble pour poursuivre les calculs. Pour cela, il faut s'assurer de l'ergodicité du système. C'est une question très difficile que nous ne traiterons pas ici, et on admettra qu'à condition de trouver des volumes de contrôle adaptés, le mélange possède la propriété d'ergodicité. Il existe plusieurs manières de définir une moyenne d'ensemble. Assez

généralement, on définit une moyenne d'ensemble à partir de la probabilité d'avoir une configuration donnée de N particules [11-13] :

$$(12) \quad \langle f(x,t) \rangle = \int_{e^N} P(t;N) f(x,t;e^N) de^N$$

Un tel formalisme s'est avéré fructueux par exemple dans le cas des suspensions diluées, puisqu'il a permis de calculer la viscosité équivalente jusqu'au second ordre de la concentration volumique [14]. Pour de plus fortes concentrations, on bute contre l'absence d'une équation dite de *fermeture* qui permette de fermer la description statistique des arrangements de particules. Pour contourner cette difficulté, des méthodes approchées ont été proposées : par exemple l'emploi de modèles cellulaires, où les calculs des contributions sont effectués uniquement pour certains arrangements de particules autour d'une particule-test [15-18].

Nous optons ici pour une troisième voie, qui a déjà été assez souvent en micromécanique des sols [19]. La moyenne d'ensemble d'une fonction f (liée à un contact) est définie à l'aide de la fonction de distribution des contacts, c'est-à-dire la probabilité P d'avoir un contact pour un angle donné Θ et à un temps donné t :

$$(13) \quad \langle f(x,t) \rangle = \int_{A^{(0)}} P(t;\Theta) f(x,t;\Theta) d\Theta$$

La forme de cette fonction de distribution de contact est déterminable à l'aide de simulations numériques et de considérations heuristiques. Par la suite, nous nous intéresserons uniquement à des écoulements simplement cisailés, ce qui à l'échelle microstructurale implique un glissement relatif des couches de particules les unes sur les autres. Cette structure de l'écoulement permet de simplifier grandement la forme de la fonction de distribution P . Par exemple, dans le cas des contacts collisionnels, les simulations numériques de Campbell et Brennen sur des écoulements simplement cisailés de disques montrent que cette fonction est de plus en plus resserrée autour d'une valeur moyenne au fur et à mesure que la concentration volumique augmente [20].

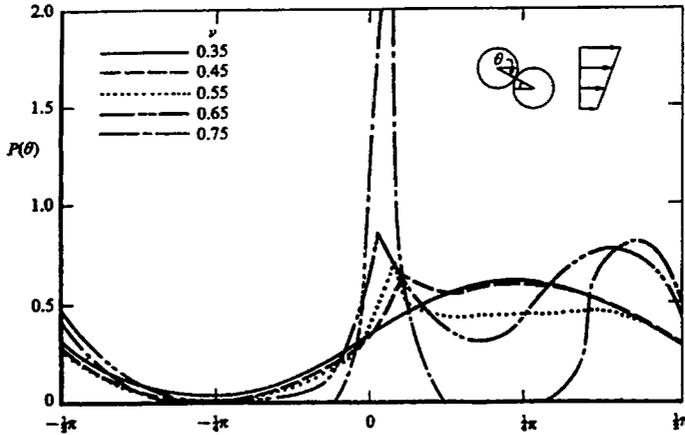


Figure 3. Fonction de distribution de contact pour différentes concentrations solides. Résultats établis d'après les simulations numériques de Campbell & Brennen [20].

La figure 3 donne un de leurs résultats. On notera qu'à fortes concentrations, on peut approcher la fonction de distribution par une fonction dirac centrée autour d'une valeur moyenne que nous appellerons angle de contact moyen $\bar{\beta}$. On en déduit que la fonction de distribution des contacts collisionnels peut-être approximée par :

$$(14) \quad P(\theta; t) = \delta(\theta - \bar{\beta})$$

Pour déterminer entièrement la fonction de distribution de contact, il faut également connaître les variations de l'angle de contact moyen en fonction des autres variables du problème. Sur la base de considérations heuristiques et de résultats de simulations numériques, les variations de cet angle de contact sont postulées sous la forme d'une loi [8] :

$$(15) \quad \bar{\beta} = -A \frac{\sigma^a \phi^c}{\dot{\gamma}^b}$$

où A, a, b, c sont des constantes ; σ représente la contrainte normale agissant sur la surface de cisaillement. En se servant des lois de contact locales pour chaque type d'interaction, on peut en déduire à l'aide de la définition de la moyenne d'ensemble la contribution élémentaire (au tenseur des contraintes macroscopiques) correspondant à cette interaction. Par exemple, en ne considérant que des collisions binaires collinéaires, on peut utiliser la loi de Newton pour représenter une collision :

$$(16) \quad c'_n = -e c_n$$

avec c_n la vitesse normale avant le choc, c'_n la vitesse normale après le choc et e le coefficient de restitution. En se servant de la définition de la contrainte particulière due aux contacts Eq. (8), de la définition de la moyenne

d'ensemble Eq. (12), et compte tenu que pour un écoulement simplement cisailé, la fréquence de collision \mathcal{F} entre deux billes appartenant à des couches adjacentes est à peu près $\dot{\gamma}$, on trouve que la contribution collisionnelle au tenseur des contraintes s'écrit :

$$(17) \quad \Sigma_{col.}^{(p)} = Rn_d \langle \mathcal{F} \otimes \mathbf{n} \rangle = \frac{1}{2}(1+e)mRn_d \langle \mathcal{F}(\mathbf{n}.c)\mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \rangle$$

avec n_d le nombre de densité ($n_d = \phi/v$ avec v volume de la particule) et J l'impulsion collisionnelle. A partir de la définition la fonction de distribution de contact collisionnel Eq. (14, 15), on aboutit à :

$$(18) \quad \Sigma_{col.}^{(p)} \approx (1+e)\phi\rho_p R^2 \dot{\gamma}^2 \sin \bar{\beta} \bar{\mathbf{n}}_\beta \otimes \mathbf{n}_\beta$$

avec \mathbf{n}_β la normale orientée par l'angle $\bar{\beta}$. On peut faire de même avec les autres contacts (lubrifiés, frictionnels). On montre par exemple que la contribution frictionnelle s'écrit (dans le cas de contact glissant) :

$$(19) \quad \Sigma_{frict.}^{(p)} = Rn_d \langle \mathbf{f} \otimes \mathbf{n} \rangle = \frac{Rn_d}{2\beta} \int_{-\beta}^{\beta} \mathbf{f}(\mathbf{n}).\mathbf{n}(\mathbf{n} + \lambda \mathbf{t}) \otimes \mathbf{n} d\theta$$

Une difficulté majeure dans la résolution du terme intégral ci-dessus est qu'il faut connaître les forces de contacts à travers tout l'écoulement, car leur distribution vérifie la loi de l'action et de la réaction de Newton. Pour éviter ce caractère non local de la contribution frictionnelle, nous avons préféré remplacer la contribution frictionnelle donnée par l'Eq. (19) par la loi phénoménologique de Coulomb :

$$(20) \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

où φ est l'angle de frottement interne et σ_1 et σ_3 désignent respectivement la contrainte principale majeure et la mineure. L'utilisation de la loi de Coulomb pose à son tour quelques problèmes, notamment parce qu'elle ne dit rien sur la contrainte principale intermédiaire et sur la cinématique de la rupture. Aujourd'hui encore, la controverse sur la définition du plan de rupture n'est pas résolue : quitte à aboutir à la non-coaxialité du tenseur des contraintes et du tenseur des taux de déformation, certains auteurs retiennent que l'inclinaison de la surface de rupture par rapport aux directions principales majeure ou mineure est de $\pi/4 \pm \varphi/2$ [21, 22]. D'autres auteurs suggèrent au contraire que ces tenseurs partagent leurs directions principales, et que l'inclinaison de la facette de rupture est donnée par l'angle de dilatance : la surface rupture coïncide avec les directions d'extension nulle [23]. Les expériences semblent indiquer que les deux interprétations de la loi de Coulomb fournissent en fait les bornes inférieure et supérieure de l'inclinaison de la surface de rupture par rapport à la direction principale majeure. Pour notre part, nous avons opté pour l'interprétation classique en prenant comme orientation de $\pi/4 \pm \varphi/2$. Toutefois, nous avons également admis que contrairement aux déformations lentes (où seule la contribution

frictionnelle au tenseur des contraintes joue), deux modes de rupture existent : l'un est cinématiquement admissible (à faible déformation), l'autre ne l'est pas. L'explication en est que dans le cas d'écoulements rapides, d'autres contributions du tenseur des contraintes peuvent avoir une influence sur le cisaillement, par exemple en imposant la surface de cisaillement [8, 24]. Dans cette perspective, on tire que la contrainte de cisaillement de la contribution frictionnelle s'écrit :

$$(21) \quad \Sigma_{xy, \text{frict.}}^{(p)} = k \tan \varphi \Sigma_{yy, \text{frict.}}^{(p)}$$

avec k un paramètre fonction uniquement de l'angle de frottement interne et du mode de rupture. On a $k=1$ si la surface de cisaillement correspond à la surface cinématiquement admissible (mode frictionnel) et dans le cas contraire où la surface de cisaillement ne coïncide pas avec la surface admissible mais est imposée par la contribution collisionnel (mode collisionnel), on a :

$$(22) \quad k = \frac{1}{1 + 2 \tan^2 \varphi}$$

Nous arrêtons là la description des contributions élémentaires au tenseur des contraintes macroscopiques. Dans le paragraphe suivant, nous abordons un exemple d'application de la théorie à des écoulements inclinés.

4. Exemple : écoulement granulaire le long d'un plan incliné

On étudie dans cette section un écoulement granulaire simplement cisailé à surface libre le long d'un plan incliné rugueux. On note \mathcal{R} le repère centré en O et de base $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ tel qu'il est représenté sur la figure 4. L'angle du plan par rapport à l'horizontale est noté θ . La direction de l'écoulement se fait selon x ; la direction normale au plan est y (cf. figure 4). On suppose qu'un écoulement permanent uniforme de hauteur h prend place sur le plan incliné. Pour simplifier les notations, on omettra la barre au-dessus des symboles de variables moyennées.

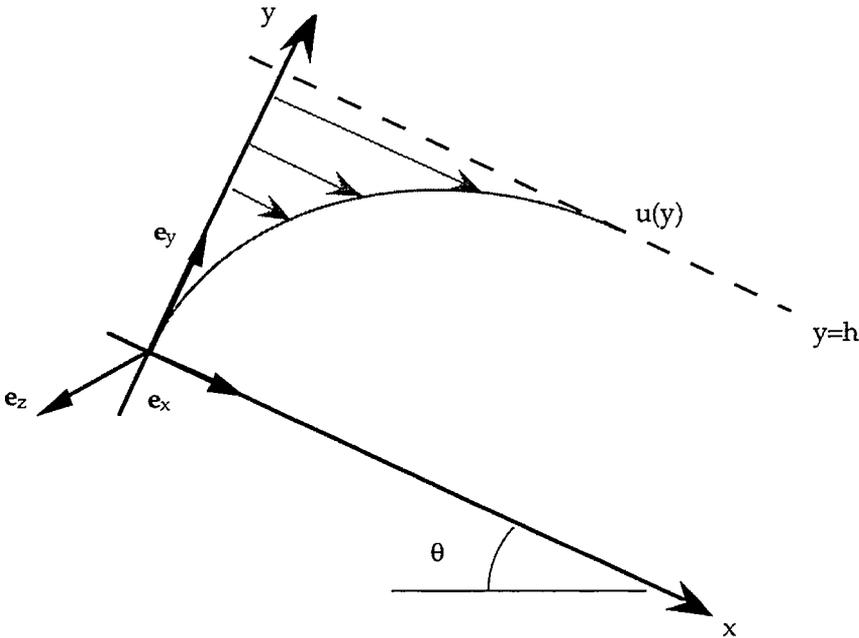


Figure 4 : définition du repère d'étude ; notations.

On suppose qu'un écoulement simplement cisailé permanent uniforme peut prendre place sur le plan infini. Le champ de vitesse \mathbf{v} est supposé être de la forme :

$$(23) \quad v_x = u(y), v_y = 0, v_z = 0$$

avec u une fonction de y uniquement. Il s'ensuit que le tenseur taux de déformation \mathbf{D} a pour composantes dans le repère \mathcal{R} :

$$(24) \quad \mathbf{D} = \frac{\dot{\gamma}}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

avec le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ défini comme une fonction de la profondeur y et implicitement de la pente θ :

$$(25) \quad \dot{\gamma}(y) = \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_\theta$$

Enfin, on supposera que l'écoulement est grossièrement isochore, c'est-à-dire qu'on admet qu'en moyenne, il n'y a pas de variations de la concentration solide. Cette hypothèse est compatible avec la forme du champ de vitesse. Enfin, on admette que l'angle de contact moyen β est suffisamment petit pour qu'on puisse se contenter de développements limités à l'ordre 1 des fonctions trigonométriques : $\sin\beta \sim \beta$ et $\cos\beta \sim 1$.

Les composantes du tenseur des contraintes s'écrivent de la manière suivante :

$$(26) \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} -k'p - \phi \rho_p R^2 j(\beta) \bar{\gamma}^2 & \phi \rho_p R^2 \bar{\gamma}^2 + \mu \bar{\gamma} + kp \tan \phi & 0 \\ \phi \rho_p R^2 f(\beta) \bar{\gamma}^2 + \mu \bar{\gamma} + kp \tan \phi & -p - \phi \rho_p R^2 i(\beta) \bar{\gamma}^2 & 0 \\ 0 & 0 & T_{zz} \end{bmatrix}$$

avec : $f(\beta) = (1+e)\beta^2$, $i(\beta) = (1+e)\beta$, et $j(\beta) = (1+e)\beta^3$.

On appelle p la pression granulaire, c'est-à-dire la contribution frictionnelle de la contrainte normale s'exerçant sur la surface de cisaillement. Les valeurs de k et k' sont données dans le tableau ci-après :

	cas (a) : mode frictionnel	cas (b) : mode collisionnel
k	1	$1/(1+2\tan^2\phi)$
k'	$1+2\tan^2\phi$	$1/(1+2\tan^2\phi)$

On montre que les équations du mouvement s'écrivent [8] :

$$(27) \quad p + \rho_p \phi R^2 i(\beta) \bar{\gamma}^2 = \rho g(h-y) \cos \theta - (\bar{p} - p_0)$$

$$(28) \quad \rho_p \phi R^2 f(\beta) \bar{\gamma}^2 + \mu \bar{\gamma} + kp \tan \phi = \rho g(h-y) \sin \theta$$

On suppose que le terme de pression interstitielle est donné par (avec p_0 la pression atmosphérique) :

$$(29) \quad \bar{p} \approx p_0 + \rho_f g(h-y) \cos \theta$$

Ce faisant, on aboutit à un système d'équations non linéaires à deux inconnues (la pression granulaire p et le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$) :

$$(30) \quad p + \phi \rho_p R^2 (1+e) \beta^2 \dot{\gamma}^2 = g \phi (\rho_p - \rho_f) (h-y) \cos \theta$$

$$(31) \quad \rho_p \phi R^2 (1+e) \beta^2 \dot{\gamma}^2 + \mu \dot{\gamma} + kp \tan \phi = \rho g(h-y) \sin \theta$$

On pourra nommer, selon la désignation usuelle en mécanique des sols, *masse volumique déjaugée* la quantité suivante :

$$(32) \quad \rho' = \rho - \rho_f = \phi (\rho_p - \rho_f)$$

Par la suite, pour simplifier le problème, on néglige la contribution visqueuse dans le tenseur des contraintes macroscopiques. On montre que pour que le système d'équations (30) et (31) admette une solution, il faut bien évidemment que le carré du taux de cisaillement soit positif ou nul, ce qui impose que :

$$(33) \quad \tan \theta \geq \frac{\rho'}{\rho} k \tan \phi$$

Cette condition exprime la condition nécessaire d'existence d'un écoulement permanent uniforme. Elle est remarquable, puisque contrairement à beaucoup de fluides classiques (newtoniens), un régime permanent ne peut

prendre place que sur une certaine plage d'inclinaisons du plan. La borne inférieure de cette plage ne dépend que de la masse volumique des constituants et de l'angle de frottement interne. Cette condition est par exemple très différente de celle valable pour un fluide à seuil, pour lequel l'angle minimal est une fonction de la masse volumique, du seuil de contrainte (τ_c) et de la hauteur : $\sin\theta \geq \tau_c / \rho gh$.

Pour résoudre ce système d'équation, il faut utiliser la loi de contact donnée par l'Eq. (15). Ce faisant, on montre que le taux de cisaillement vérifie une équation différentielle ordinaire relativement complexe [8]. Pour donner un exemple pratique, nous avons choisi de considérer un jeu de valeurs particulières pour les coefficients a, b, et c de loi de contact : a=2, b=1, et c=0. Ces valeurs ont été choisies car elles permettent d'aboutir à un bon accord avec les expériences. Le taux de cisaillement est alors trouvé :

$$(34) \quad \dot{\gamma} = \frac{1}{Kk} \frac{\rho \tan \theta - \rho' k \tan \varphi}{(h-y) \cos \theta \tan \varphi}$$

où l'on a noté :

$$(35) \quad K = (1+e)\phi\rho_p\rho'^2 AgR^2$$

Il s'ensuit que le profil des vitesses s'écrit :

$$(36) \quad u(y) = \frac{1}{Kk} \frac{\rho \tan \theta - \rho' k \tan \varphi}{\cos \theta \tan \varphi} \ln\left(1 - \frac{y}{h}\right)$$

Soit après intégration, on trouve que le débit (par unité de largeur) s'écrit :

$$(37) \quad q(h) = \frac{1}{Kk} \frac{\rho \tan \theta - \rho' k \tan \varphi}{\cos \theta \tan \varphi} h$$

Plusieurs remarques sont à faire. Tout d'abord le débit est trouvé être une fonction linéaire de la hauteur d'écoulement, autrement dit, la vitesse moyenne de l'écoulement ne dépend que de l'inclinaison du plan. Par ailleurs, on notera également un profil des vitesses logarithmique. Cela constitue un résultat particulier d'une part car le profil est convexe alors qu'usuellement les profils de vitesse sont concaves, et d'autre part il y a divergence du champ de vitesse à la surface libre, ce qui est impossible physiquement. Ce dernier point s'explique par le fait que pour notre modèle de matériau frictionnel avec anisotropie de la distribution de contact, la surface libre constitue une condition aux limites particulières (β n'est pas défini), qui n'est pas considérée ici.

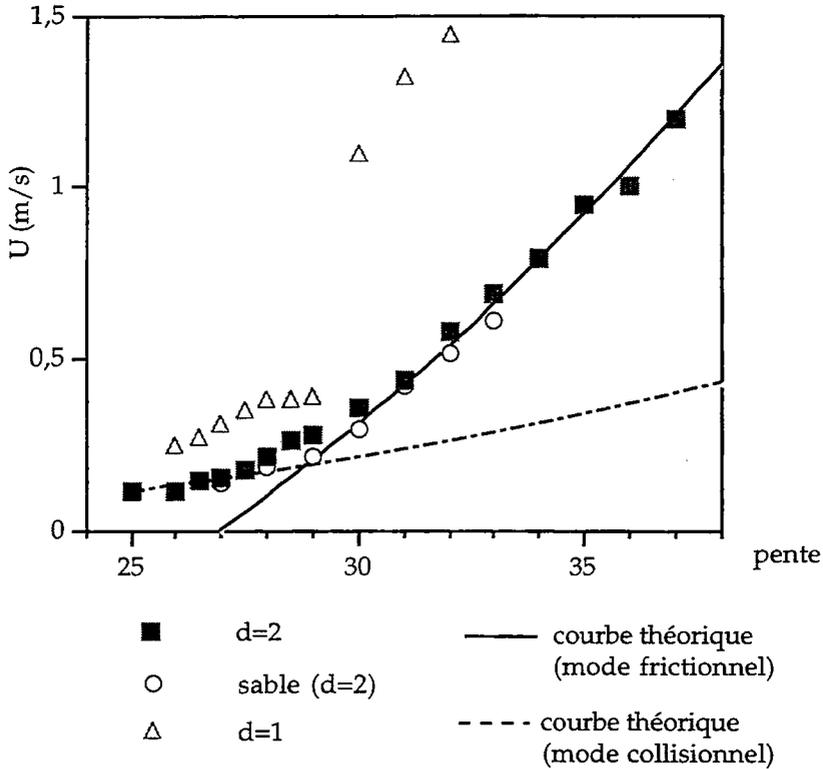


Figure 5. Variation de la vitesse moyenne dans le cas de billes de 2 mm en écoulement sur diverses rugosités (carré : rugosité composée de billes de 2 mm, cercle : rugosité composée de grains de sable de diamètre moyen 2 mm, triangle : rugosité composée de billes en verre de 1 mm de diamètre). On trace en trait continu la courbe théorique du mode frictionnel ($k=1$) avec $K=2$. En trait pointillé, on a tracé la courbe correspondant aux prédictions théoriques du mode collisionnel (avec $K=0,25$). La largeur du canal est de 5 cm. La gamme de débits injectés est $[0,1400 \text{ g/s}]$. L'angle de frottement interne des billes est de $27,5 \pm 0,5^\circ$.

Ces résultats théoriques peuvent être comparés à des données expérimentales. Premièrement, on vérifiera que la relation entre contrainte et taux de cisaillement donnée par Eq. (34) correspond bien à ce qui avait été trouvé par notre analyse rhéométrique (cf. figure 2). Nous avons renouvelé les expériences d'écoulement granulaire en prenant différents types de diamètre de bille, de largeur de canal, et de rugosité. Dans chacun des cas, la condition d'écoulement permanent uniforme donnée par l'Eq.(33) est bien vérifiée du point de vue expérimental (toutefois, il faut également une condition de stabilité qui n'est pas étudiée ici, voir [8]). De même on a bien vérifié la linéarité débit-hauteur d'écoulement pour une large gamme de débits (jusqu'à 1,4 kg/s) et de pentes (de 23 à 38° pour les billes de verre).

On donne un exemple de variation de la vitesse moyenne avec la pente dans la figure 5. On a également tracé la courbe théorique. On observe une très bonne concordance entre théorie et expérience dès lors que la vitesse de glissement sur le fond du canal peut être négligée. Expérimentalement, il faut pour cela disposer des rugosités dont la taille caractéristique soit à peu près identique à celle des billes en écoulement.

On notera qu'il y a effectivement deux modes possibles d'écoulement. Pour le mode frictionnel, il faut que l'inclinaison du canal soit supérieure à l'angle de frottement interne pour qu'il y ait écoulement uniforme et permanent. Pour le mode collisionnel, il faut que la pente soit supérieure à une valeur critique qui est d'après l'Eq. (33) :

$$(38) \quad \theta \geq \arctan \frac{\tan \varphi}{1 + 2 \tan^2 \varphi}$$

Ces conditions sont bien vérifiées expérimentalement (pour le mode collisionnel, se pose en outre un problème de stabilité des écoulements, qui n'est pas abordé ici). Après calage du paramètre K et mesure de l'angle de frottement interne au triaxial, il apparaît clairement sur la figure 5 un très bon accord entre tendance expérimentale et courbes théoriques pour les deux modes.

Sur la figure 6, on reporte la comparaison entre un profil de vitesse expérimental tiré des données de Savage et le profil des vitesses théorique tiré de l'équation (36). On notera d'une part la convexité du profil des vitesses et d'autre part une divergence du champ de vitesse théorique à la surface libre comme cela a déjà été souligné plus haut. La concordance entre mesures et prédiction théorique est bonne du point de vue cinématique.

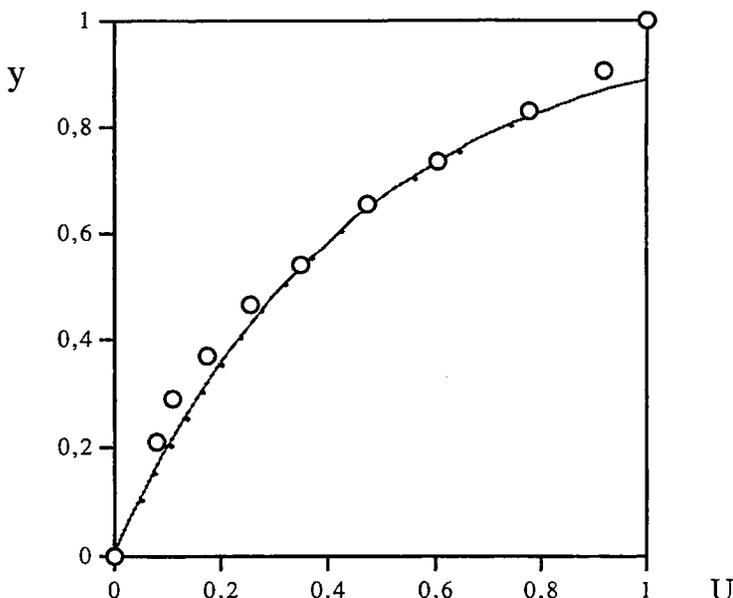


Figure 6. Profil des vitesses d'après les données de Savage et calage d'un profil de vitesse théorique d'après l'équation (36).

En bref, dans la gamme des tests effectués, nous avons trouvé que le modèle théorique collisionnel-frictionnel que nous avons présenté fournit des résultats en accord avec les expériences (condition d'écoulement permanent, relation hauteur-débit, relation vitesse moyenne-pente, profil des vitesses, condition de stabilité, mode d'écoulement). Nous avons noté toutefois l'importance des conditions aux limites sur le fond du canal : une rugosité trop faible entraîne l'apparition d'une vitesse de glissement (qui semble constante dans la gamme de débits testés) sur le fond, que nous ne savons pas calculer à l'heure actuelle. Enfin, il faut garder à l'esprit les nombreuses particularités observées pour les écoulements granulaires, qui les différencient nettement des fluides usuels : profil de vitesse convexe, indépendance de la vitesse moyenne d'écoulement vis-à-vis du débit, etc.

5. Application aux laves torrentielles granulaires et aux écroulements

Le modèle ci-dessus peut servir de première approche pour tenter de comprendre des écoulements naturels tels que les laves torrentielles granulaires, les lahars, et les écroulements rocheux. Toutefois, cela doit être accompli avec une certaine réserve car le modèle théorique et les premières vérifications expérimentales se sont principalement intéressés à des matériaux simples (particules de forme sphérique et de taille identique) dans

des conditions d'écoulement particulières (écoulement permanent simplement cisailé, conditions aux limites). On est donc loin de pouvoir prétendre décrire tout écoulement granulaire dans n'importe quelle géométrie d'écoulement. Cette réserve apportée, on peut regarder l'apport du présent modèle théorique dans la compréhension d'écoulements granulaires naturels.

Des essais en laboratoire ont été conduits sur des lits de graviers soumis à un écoulement d'eau pour tester les prédictions théoriques établies sur la base de particules sphériques. Les caractéristiques générales de ces écoulements (profil de vitesse, condition d'écoulement permanent, etc.) sont similaires à celles établies en théorie. La comparaison avec des événements réels (crue du Bez du 24 juillet 1995, crue de la Creusaz du 24 juillet 1996) s'avèrent plus difficiles, notamment car il est difficile de reconstituer un phénomène aussi complexe qu'une crue torrentielle sur la seule base des dépôts et des dégâts qu'elle a occasionnés. Nous avons toutefois pu noter que les pentes minimales d'écoulement calculées par la théorie correspondent bien aux pentes au-dessus desquelles s'étaient écoulées les laves présumées granulaires. Enfin, en dernier lieu, il faut signaler que la présente théorie a permis de montrer la pertinence de la notion de lave granulaire d'un point de vue mécanique. Il a été en effet souvent admis par plusieurs auteurs la nécessité de distinguer les laves torrentielles à matrice boueuse (pour lesquels la fraction fine argileuse est suffisante à lubrifier les contacts, ce qui confère un comportement viscoplastique au matériau dans son ensemble) des laves dites granulaires (présumées sans lubrification des contacts). Compte tenu de la variété observée dans l'activité (au sens de la mécanique des sols) des argiles, il n'a pas été possible de mettre en avant un critère de classification des laves fondé uniquement sur les caractéristiques granulométriques des matériaux mobilisés. Couplée au travail de Philippe Coussot sur les laves à matrice boueuse [25], notre étude rhéologique sur les suspensions très concentrées a permis de montrer les différences importantes et très nettes de comportement dues à la présence ou à l'absence d'une matrice argileuse. Aussi, à la lumière de ces résultats, il nous semble préférable de proposer des critères de classification fondés sur la rhéologie du matériau, c'est-à-dire faisant appel non seulement à la proportion d'argiles du matériau mobilisé, mais également à la morphologie des dépôts et, quand cela est possible, aux résultats d'une analyse rhéométrique du matériau.

Les lahars sont une classe particulière de laves torrentielles mobilisant des terrains d'origine volcanique. Dans un grand nombre de cas, les matériaux volcaniques se distinguent des matériaux usuellement rencontrés dans les bassins torrentiels alpins par une proportion plus importantes en matériaux fins (cendres, scories) et l'absence d'argiles. En outre ces matériaux ont souvent une densité moindre que les sols alpins : c'est le cas des ponces par exemple. L'absence d'argile ne permet pas de les classer *a priori* dans la famille des écoulements à matrice boueuse, et par défaut, on pourrait les considérer comme des laves granulaires. En fait la situation est un peu plus

complexe : compte tenu de la faible taille moyenne des particules (voire de leur masse volumique), on peut s'attendre à ce qu'une augmentation du taux de cisaillement provoque un changement très important des interactions au niveau de la microstructure. En effet, progressivement sous l'effet d'une augmentation de la vitesse, on passe de contacts directs entre particules à des contacts lubrifiés. D'après la définition du nombre adimensionnel R_{vp} (cf. § 2), on arrive facilement à un rapport R_{vp} proche de 1 pour des particules voisines de 0,1 mm et des taux de cisaillement de 1 s^{-1} . En conséquence, à l'échelle macroscopique, on passe d'un comportement frictionnel à un comportement visqueux ; on est exactement dans le même cas de figure que celui de la figure 1. Une rapide expérience permet également de s'en convaincre : il suffit d'enfoncer une cuillère dans un échantillon de cendres saturé. Les premiers efforts pour mettre en rotation la cuillère sont importants. Puis, dès que la vitesse est suffisante, le mouvement devient plus facile et on sent une diminution très significative de la résistance de l'échantillon à la rotation de la cuillère. Des observations similaires peuvent être tirées d'un film tourné sur un lahar survenu récemment au torrent du Prêcheur en Martinique : le comportement était visiblement rapide, très visqueux, laminaire, et sans seuil de contrainte (pas de plug) sur des pentes faibles (moins de 4 %). A l'évidence, le cadre conceptuel de traitement des suspensions ne permet pas encore de quantifier complètement un tel comportement des mélanges eau-cendres, mais en tout cas, il permet d'expliquer qualitativement le comportement observé (qui ne peut pas l'être si l'on s'en tient à la simple dichotomie lave boueuse/ lave granulaire).

Enfin, une dernière application possible concerne les écroulements rocheux, qui peuvent être perçus comme un exemple typique d'écoulements granulaires tels que nous en avons parlé ici. Quoiqu'ayant conscience de la potentialité de notre modèle théorique dans le domaine, nous n'avons pas encore examiné de cas concrets et cherché à comparer théorie et données de terrain. Par parenthèse, on peut rappeler une question toujours sans réponse [26] : pourquoi les écroulements catastrophiques parcourent des distances (même sur surface quasi horizontale) sans commune mesure avec les «petits» écroulements ? Là encore, on peut présager que la désagrégation des roches accompagnée d'un tri granulométrique amène à des changements notables de comportement au sein de la masse en écoulement. Ces changements sont principalement à attribuer à des changements dans la nature des interactions entre particules comme cela a été déjà dit plus haut, ce qui laisse présager une explication rationnelle relativement simple... mais encore à valider.

6. Conclusion

Il a été question au cours de cet article du comportement des mélanges concentrés de particules non colloïdales dans un fluide newtonien. L'accent a été mis sur le rôle de la microstructure (cinématique, interactions) non

seulement pour établir la forme de la loi de comportement mais également pour délimiter les régimes d'écoulements à l'aide d'une série de nombres adimensionnels. Ainsi, même dans le cas d'un mélange de particules identiques sphériques, il faut huit nombres adimensionnels pour caractériser le comportement mécanique, ce qui laisse entrevoir la multitude de combinaisons possibles dans les régimes d'écoulements. Se fondant sur une analyse microstructurelle inspirée de Batchelor, nous avons ensuite montré comment la loi de comportement peut être obtenue pour des écoulements granulaires simplement cisailés lorsque les contacts sont majoritairement collisionnels et frictionnels. Le modèle théorique prédit des résultats remarquables en comparaison du comportement de fluides usuels comme la linéarité hauteur-débit ou la convexité du profil de vitesse. Tous ces éléments sont en accord à la fois qualitatif et quantitatif avec des données expérimentales tirées de divers rhéomètres. Finalement, à titre d'illustration, nous donnons des exemples d'application du modèle théorique dans le cas d'écoulements naturels. Les premières comparaisons entre prédictions théoriques et données de terrain se sont révélées très satisfaisantes et nous encouragent à progresser dans cette voie.

Références

- [1] **C. S. Campbell**, 1990. Rapid granular flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 22, 57-92.
- [2] **I. Vardoulakis and J. Sulem**, 1995. *Bifurcation Analysis in Geomechanics*. Blackie Academic & Professional, Glasgow.
- [3] **B. H. A. A. Van der Brule and R. J. J. Jongshaap**, 1991. Modeling of concentrated suspensions. *Journal of Statistical Physics*, 62, 1225-1237.
- [4] **P. C. Johnson and R. Jackson**, 1990. Frictional-collisional equations of motion particulate flows and their application to chutes. *J. Fluid Mech.*, 210, 501-535.
- [5] **A. Berker and W. E. VanArsdale**, 1992. Phenomenological models of viscoplastic, thixotropic, and granular materials. *Rheol. Acta*, 31, 119-138.
- [6] **K. I. Kanatani**, 1979. A micropolar continuum theory for the flow of granular materials. *International Journal of Engineering Sciences*, 17, 419-432.
- [7] **G. K. Batchelor**, 1970. The stress suspension in a suspension of free-forces particles. *J. Fluid Mech.*, 41, 545-570.
- [8] **C. Ancey**, 1997. *Rhéologie des écoulements granulaires en cisaillement simple, application avec les laves torrentielles granulaires*. Ph. D thesis École Centrale de Paris.
- [9] **C. Ancey, P. Coussot and P. Evesque**, 1996. Examination of the possibility of a fluid-mechanics treatment for dense granular flows. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1, 385-403.
- [10] **S. B. Savage**, 1979. Gravity flow of cohesionless granular materials in chutes and channels. *J. Fluid Mech.*, 92, 53-96.

- [11] **R. Herczynski and I. Pienkowska**, 1980. Toward a statistical theory of suspension. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 12, 237-269.
- [12] **D. Z. Zhang and A. Prosperetti**, 1994. Averaged equations for inviscid disperse two-phase flow. *J. Fluid Mech.*, 267, 185-219.
- [13] **D. Z. Zhang and A. Prosperetti**, 1997. Momentum and energy equations for disperse two-phase flows and their closure for dilute suspensions. *Int. J. Multiphase Flow*, 23, 425-453.
- [14] **G. K. Batchelor and J. T. Green**, 1972. The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c^2 . *J. Fluid Mech.*, 5, 401-427.
- [15] **N. A. Frankel and A. Acrivos**, 1967. On the viscosity of a concentrated suspension of solid spheres. *Chem. Eng. Sci.*, 22, 847-853.
- [16] **P. M. Adler, M. Zuzovski and H. Brenner**, 1985. Spatially periodic suspensions of convex particles in linear shear flows (II). *Int. J. Multiphase Flow*, 11, 387-417.
- [17] **P. M. Adler and H. Brenner**, 1985. Spatially periodic suspensions of convex particles in linear shear flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 11, 361-385.
- [18] **G. Marrucci and M. M Denn**, 1985. On the viscosity of a concentrated suspension of solid spheres. *Rheol. Acta*, 24, 317-320.
- [19] **C. Cambou**, 1993. *From global to local variables in granular materials*. *Proceeding of Powders&Grains*, Birmingham, Thornton (Ed.), 73-92.
- [20] **C. S. Campbell and C. E. Brennen**, 1985. Computer simulations of granular shear flows. *J. Fluid Mech.*, 151, 167-188.
- [21] **G. Mandl and R. Fernandez-Luque**, 1970. Fully developed plastic shear flow of granular materials. *Géotechnique*, 20, 277-307.
- [22] **A. J. M. Spencer**, 1981. *Deformation of ideal granular materials*, in *Mechanics of Solids*, Rodney Hill 60th anniversary Volume, H. G. Hopkins and J. J. Sewell (Ed.), pp. 607-651, Pergamon, Oxford.
- [23] **K. H. Roscoe**, 1970. The influence of strains in soil mechanics. *Géotechnique*, 20, 129-170.
- [24] **C. Ancey, P. Coussot and P. Evesque**, 1998. A theory for very concentrated granular mixtures in a steady simple shear flow, soumis à *Journal of Rheology*
- [25] **P. Coussot**, 1997. *Mud flow rheology and dynamics*. Balkema, Rotterdam.
- [26] **K. J. Hsü**, 1978. *Albert Heim: observations on landslides and relevance to modern interpretations*, in *Rockslides and avalanches*, B. Voight (Ed.), pp. 71-93, Elsevier, Amsterdam.

La modélisation des écoulements de laves torrentielles boueuses

De la validation au laboratoire au zonage des risques au terrain

Numerical modelling of muddy debris flow

Dominique Laigle

Division Erosion, Torrents, Neige et Avalanches

Cemagref, B.P. 76, Domaine Universitaire, 38402-Saint-Martin-d'Hères

Résumé : Les laves torrentielles boueuses sont des écoulements transitoires rapides qui mobilisent des mélanges d'eau et de matériaux solides de granulométrie très étendue dès lors que certaines conditions d'humectage des sols en place sont atteintes. D'un point de vue rhéologique, dès lors que la teneur en argile est suffisante, les matériaux concernés se comportent au niveau macroscopique comme des fluides à seuil rhéofluidifiants. Le caractère transitoire de ces phénomènes a nécessité la mise au point d'outils numériques spécifiques pour les étudier et pour prédire leur comportement. Ainsi deux modèles fondés sur des équations de type Saint Venant associées à une loi d'écoulement spécifique ont été écrits respectivement pour représenter les écoulements canalisés et les étalements hors d'un chenal principal. Ces deux modèles ont été validés par comparaison à des écoulements de fluides modèles au laboratoire. L'accent est actuellement mis sur l'utilisation pratique de ces modèles au terrain dans le cadre de zonages des risques torrentiels. Compte tenu de l'indétermination pesant sur l'ampleur de ces phénomènes dans la plupart des cas, une approche fondée sur des scénarios de crue est nécessaire. Une telle approche nécessite l'utilisation couplée des deux modèles précédemment cités mais également l'emploi de méthodes de laboratoire ou de terrain visant à une meilleure caractérisation des matériaux susceptibles de s'écouler. Une telle approche permet également de mettre en évidence les méconnaissances actuelles qui sont susceptibles de limiter les performances des outils proposés.

Abstract: *Mudflows are rapid unsteady flows which mobilize mixtures of water-solid materials as soon as the natural soils are wet enough. On a rheological point of view, as long as the clay fraction is large enough, materials behave at a macroscopic scale as viscoplastic fluids. The unsteady feature of these phenomena obliged us to develop two specific models to study and compute their behavior. In that respect, two numerical models based on shallow-water equations associated to a specific friction force expression were implemented to compute respectively channelized flows and spreading of materials outside of the main torrent channel. These two models were validated at the laboratory by comparison with flows of model fluids. We now focus interest on the practical use of these model in the framework of the torrential hazards mapping. Given the uncertainty on the importance of these phenomena, a study based on scenarios is necessary. Such an approach needs a coupled use of the two models described here-before, but also laboratory or field techniques giving a good description of the rheological characteristics of the materials that are likely to flow down. Such an approach focuses interest on the many points that are still unknown on these phenomena and are likely to weaken the capacity of the models to represent properly natural events.*

1. Introduction

Les laves torrentielles se distinguent d'autres écoulements naturels à surface libre par deux caractéristiques essentielles qui sont :

- la nature du fluide en écoulement qui est constitué d'un mélange d'eau, d'argile et de matériaux granulaires de tailles variables ;
- les caractéristiques de l'écoulement lui-même qui est rapide, transitoire et présente un front raide le plus souvent constitué de blocs.

L'utilisation des équations de type *Saint Venant*, ou de formes dérivées pour modéliser les écoulements transitoires des laves torrentielles est fréquente. Le point essentiel distinguant les modèles existants porte sur l'expression de la loi de frottement qui découle elle-même des hypothèses concernant la rhéologie des matériaux en écoulement. Les travaux menés notamment par Coussot (1992, 1994) sur la rhéologie des laves torrentielles ont permis d'établir une distinction entre des laves torrentielles granulaires à faible teneur en argile et des laves torrentielles boueuses pour lesquelles les dissipations visqueuses restent prédominantes. Nous nous intéressons ici uniquement à ce dernier type de matériaux qui semblent être les plus fréquemment rencontrés en France. Les travaux menés par Coussot ont permis de dégager des lois de comportement adéquates (modèle de *Herschel-Bulkley*) et des lois d'écoulement théoriques ont été déduites puis validées au laboratoire en régime permanent.

Les lois d'écoulement des laves torrentielles boueuses ont été introduites dans deux modèles numériques monodimensionnel et bidimensionnel fondés sur les équations de type *Saint Venant* et dont la finalité est respectivement de représenter les écoulements canalisés et les étalements sur une surface quelconque non limitée latéralement. Du point de vue de l'ingénierie, ces deux modèles ont été construits comme des outils de calcul hydraulique pour le 1D (cotes maximales atteintes, vitesses de propagation,...) et d'aide au zonage des risques torrentiels pour le 2D (détermination des zones maximales d'extension). Compte tenu du peu de données disponibles sur des événements réels, les deux modèles ont été validés dans un premier temps au laboratoire par comparaison à des écoulements transitoires de fluide modèle.

Nous présentons ici les principales caractéristiques de ces modèles ainsi que les résultats de comparaison avec des écoulements de laboratoire. Une ébauche de méthodologie d'utilisation de ces outils dans le cadre d'un zonage des aléas torrentiels est ensuite présentée.

2. Modèle monodimensionnel (d'après Laigle and Coussot, 1997)

2.1. Présentation du modèle

2.1.1. Modélisation numérique

Les équations du mouvement peuvent s'écrire sous une forme particulière, dite conservative, dont l'avantage essentiel est de vérifier la relation de Rankine-Hugoniot. Associée à un schéma numérique approprié, cette formulation permet de construire un modèle numérique capable de traiter un

front d'écoulement comme n'importe quel point courant. Nous raisonnons sur un écoulement canalisé, traduit par des équations monodimensionnelles, qui se mettent alors sous la forme conservative suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} S \\ Q \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} Q \\ \alpha Q^2 / S + P(S, x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Sg \sin \theta - \text{Frot.} + B(S, x) \end{pmatrix}$$

S : section transversale droite de l'écoulement

Q : débit dans cette section

a : coefficient correctif sur le profil des vitesses

Frot : frottement

P(S,x) : pression

B(S,x) : terme de pression latérale (rétrécissements, élargissements)

Si l'on considère uniquement le premier membre des équations de type Saint Venant conservatives, on obtient un système strictement hyperbolique non linéaire pour lequel il existe des méthodes bien adaptées de résolution numérique telles que le schéma de Godunov qui est ici utilisé dans le cadre d'une approximation aux différences finies. Une solution de ce problème étant obtenue, une correction est ensuite réalisée pour tenir compte du second membre (gravité, loi de frottement)

2.1.2. Loi de frottement

Pour un problème où sont connues conditions initiales, conditions aux limites et géométrie du chenal d'écoulement, la loi de frottement reste la seule inconnue des équations de Saint Venant. Elle seule permet d'introduire le comportement particulier du fluide dans les équations de bilan physique (conservation de la masse et de la quantité de mouvement). On s'intéresse uniquement au cas des laves torrentielles boueuses qui ont un comportement en cisaillement simple bien représenté par une loi de type Herschel-Bulkley (Coussot 1992) :

$$\tau = \tau_c + K\dot{\gamma}^n$$

en cisaillement simple. τ_c est la contrainte seuil (Pa), K est un coefficient d'écoulement (Pa.s^{1/n}) et $\dot{\gamma}$ (s⁻¹) le taux de cisaillement. D'après les analyses menées par Coussot (1994), il est apparu que dans une large gamme de gradients de vitesse, la meilleure valeur pratique du coefficient n est égale à 1/3.

Des considérations théoriques sur l'écoulement d'un tel fluide sur un plan infiniment large, corroborées et complétées par des expériences en canaux de section quelconque ont permis d'établir les expressions suivantes de la contrainte moyenne à la paroi pour un écoulement permanent uniforme dans un canal ouvert :

$$\tau_p = \tau_c \left(1 + a(H_b)^{-0.9} \right)$$

où a est un paramètre de forme de la section en travers, $a=1,93$ est la valeur théorique établie pour un canal très large.

Le frottement en régime permanent tenant compte de la vitesse moyenne et de la hauteur de fluide locales, nous supposons que la résistance locale à l'écoulement transitoire est égale au frottement calculé pour un même débit et une même hauteur d'écoulement locaux par la formule établie en régime permanent uniforme.

L'expression du terme de frottement introduit dans les équations du mouvement est alors donnée par :

$$\text{Frot.} = \frac{\tau_p}{\rho} Pe$$

Pe : Périmètre mouillé

ρ : masse volumique

2.2. Validation au laboratoire

Pour valider le modèle, on compare ses prédictions à des écoulements de mélanges eau-argile naturelle réalisés en canal de laboratoire et en similitude d'écoulements naturels de laves torrentielles. Les paramètres de la loi de frottement sont déduits directement de mesures rhéométriques effectués sur des échantillons des matériaux utilisés (figure 1), ainsi la confrontation n'introduit pas de calage de paramètres.

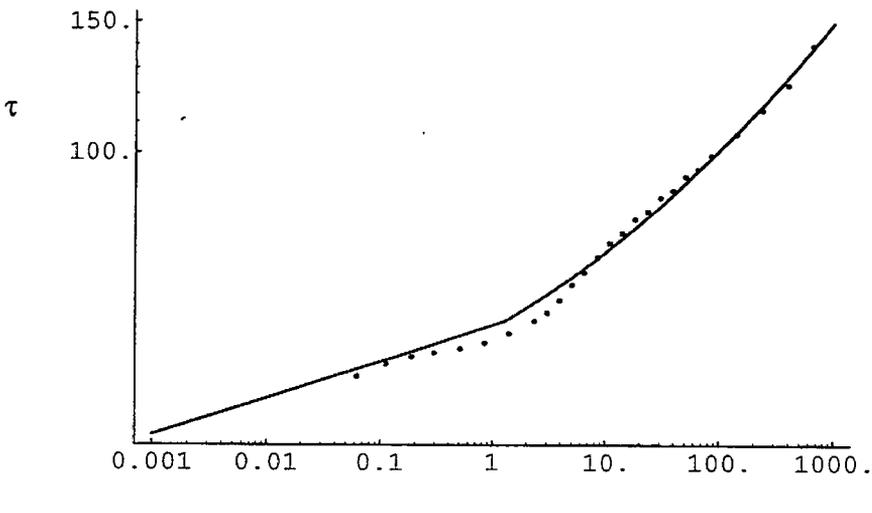


Figure 1 : Exemple d'ajustement d'une loi de Herschel-Bulkley sur des points expérimentaux de mesures rhéométriques (rhéomètre pkan-plan) portant sur un mélange eau-kaolin à 25 % de concentration solide. Dans le cas présent $\tau_c=38$ Pa, $n=0.25$ et $K=19$.

Le principe expérimental retenu consiste à effectuer, en conditions maîtrisées des lâchures instantanées d'une quantité donnée de matériau modèle dans un canal et à mesurer les hauteurs d'écoulement en différents points en fonction du temps et cela pour différentes pentes, différentes quantités de matériau et différentes valeurs des paramètres rhéologiques des matériaux.

Quatre matériaux ont été utilisés en pratique (tableau 1). Le dispositif expérimental (figure 2) est constitué d'un canal à section rectangulaire de 4m de long et 0,6m de large. La pente de ce canal est variable (des pentes de 6% à 31% ont été utilisées en pratique). L'extrémité amont du canal (abscisse x=0) est limitée par une cloison. A l'abscisse 0,85 m est disposée une vanne guillotine qui peut être ouverte très rapidement par coulissement vers le haut. Aux abscisses 1,65 m, 2,75 m et 3,85 m sont disposés trois capteurs de distance à ultrasons, reliés à une centrale d'acquisition qui enregistre 33 mesures de hauteur d'écoulement par seconde et par capteur. Chaque condition expérimentale est entièrement décrite par deux nombres adimensionnels notés G' et H' :

$$G' = \frac{\rho g H_{bar} \sin \theta}{\tau_c} \quad H' = \frac{K}{\tau_c} \left(\frac{g \cos \theta}{H_{bar}} \right)^{\frac{1}{6}}$$

matériau	Caractéristiques du matériau		
	Densité ρ (kg/m ³)	Contrainte seuil τ_c (Pa)	Coefficient K (Pa.s ^{1/3})
A	1410	19,0	3,5
B	1422	19,7	5,6
C	1397	9,5	3,1
D	1330	4,5	1,4

Tableau 1 : caractéristiques du matériau

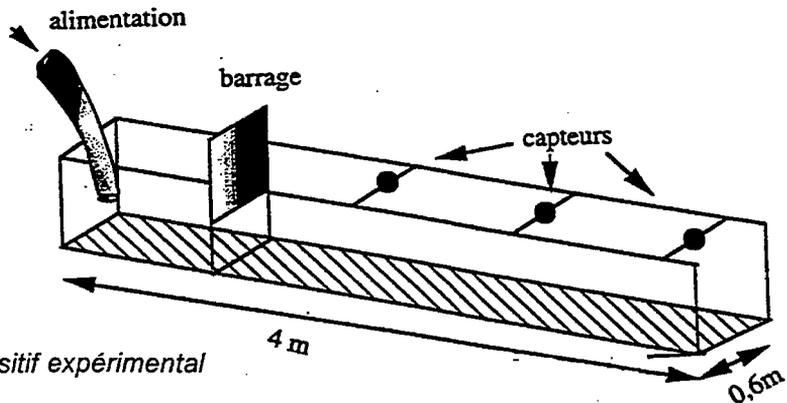


Figure 2 : Dispositif expérimental

Qualitativement, les simulations et les mesures présentent une bonne concordance. La forme des hydrogrammes est généralement bien respectée (figure 3), les ordres de grandeur des hauteurs et des temps de propagation sont tout à fait cohérents avec les mesures. Les différences portent sur :

- un décalage des hauteurs maximales d'écoulement dans un rapport généralement inférieur à 20% de la valeur mesurée ; seules 12 % des valeurs calculées s'écartent de cette fourchette, un certain nombre d'entre elles correspondent à des phases d'arrêt pour lesquelles la sensibilité du modèle à une faible incertitude sur les valeurs des paramètres est forte (figure 4) ;
- un décalage du temps d'arrivée au niveau d'un capteur généralement compris dans la fourchette -20% à +10% de la valeur mesurée sauf dans le cas d'écoulements proches d'une phase d'arrêt pour lesquelles le décalage peut être important (sensibilité forte) ;
- un décalage sur la hauteur d'écoulement observée en fin d'expérience (à $t=10$ secondes) pouvant varier entre 0 et +10% à +15% de la hauteur mesurée ;
- dans le cas de calculs de distances de distances d'arrêt, les différences peuvent atteindre 25% de la distance parcourue mesurée.

La plupart des différences observées restent à l'intérieur de la fourchette de précision que l'on peut raisonnablement attendre des mesures. Les incertitudes sur l'estimation des paramètres rhéologiques ou les incertitudes expérimentales en général sont assez fortes pour expliquer les différences entre calculs et mesures et masquer les éventuelles imprécisions du modèle lui-même.

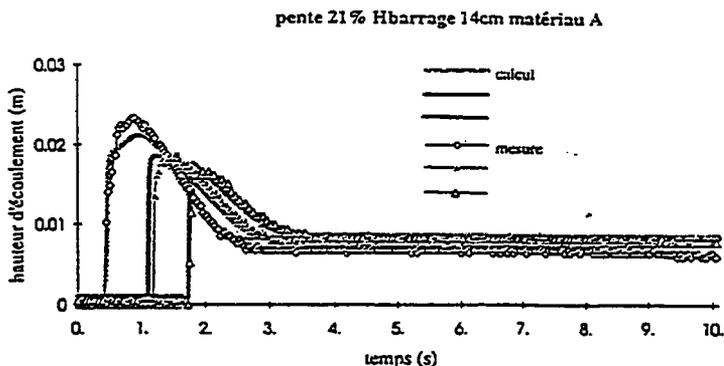


Figure 3 : Exemple de comparaison directe simulations/mesures

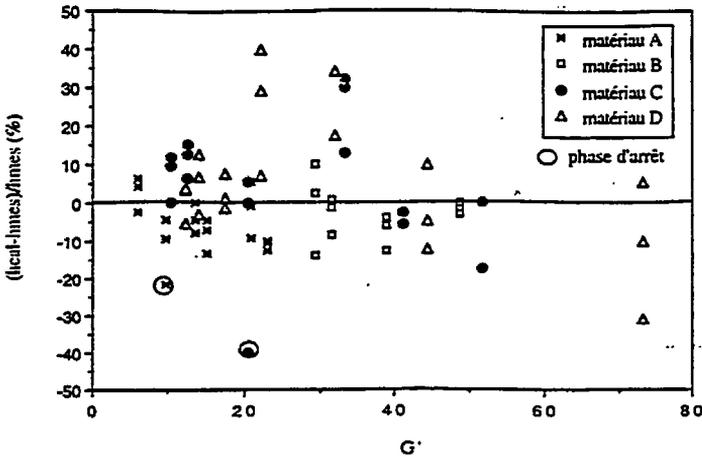


Figure 4 : Comparaison simulations/ mesures sur les hauteurs d'écoulement

3. Modèle bidimensionnel (d'après Laigle, 1997)

Le but principal du modèle bidimensionnel est de décrire l'étalement et l'arrêt des laves torrentielles sur un cône de déjections. Nous exposons ici les principales caractéristiques du modèle ainsi que la comparaison à des mesures d'écoulements transitoires de fluide modèle au laboratoire.

3.1. Présentation du modèle

De façon analogue au modèle monodimensionnel, le modèle bidimensionnel est fondé sur les équations de type Saint Venant écrites ici sous leur forme bidimensionnelle associées à une loi de frottement déduite elle aussi des travaux de Coussot (1992, 1994) et qui se présente sous une forme analogue à celle exposée pour le modèle monodimensionnel. Ainsi, ce modèle ne s'applique qu'aux écoulements de laves torrentielles boueuses décrites par une loi de comportement de type Herschel-Bulkley.

Les hypothèses qui ont été retenues sont les suivantes :

- comme dans le cas 1D, l'expression de la contrainte à la paroi est considérée comme équivalente localement à celle obtenue en régime permanent uniforme pour une même hauteur d'écoulement et une même vitesse moyenne ;
- les termes de contraintes de cisaillement introduits par les différences de vitesse dans un plan horizontal sont dans un premier temps négligées ;
- on suppose également que les contraintes normales se réduisent au terme de pression dont la répartition est supposée de forme hydrostatique.

Dans ces conditions, le système d'équations à résoudre est donné par les expressions suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t} hu + \frac{\partial}{\partial x} \left(h\delta u^2 + \frac{1}{2} g\beta h^2 \right) + \frac{\partial}{\partial y} (h\delta uv) = gh \sin \theta_x - \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \frac{\tau_p}{\rho}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} hv + \frac{\partial}{\partial y} \left(h\delta v^2 + \frac{1}{2} g\beta h^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} (h\delta uv) = gh \sin \theta_y - \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \frac{\tau_p}{\rho}$$

avec :

$$\tau_p = \tau_c \left(1 + 1.93 \left(\frac{\tau_c}{K} \left(\frac{h}{\sqrt{u^2 + v^2}} \right)^{1/3} \right)^{-0.9} \right)$$

$$\beta = \cos \phi_x \cos \theta_y$$

δ est un coefficient correcteur dépendant du profil des vitesses. Ces équations sont résolues par un schéma de Godunov proche de celui utilisé par le modèle monodimensionnel et qui est utilisé ici dans le cadre d'une approximation aux volumes finis.

3.2. Validation au laboratoire

Pour les mêmes raisons que celles exposées pour le modèle monodimensionnel, le modèle bidimensionnel est validé par comparaison à des écoulements de fluide modèle au laboratoire.

Le modèle physique (figure 5) utilisé est constitué d'une plate-forme de 2,10m de large et 6,0 m de long. Cette plate-forme est divisée en trois parties : un réservoir à surface libre dans lequel le matériau est initialement stocké, un canal de 0,75 m de long et 0,5 m de large obturé par une vanne guillotine et la zone d'étalement d'une longueur de 4 m ont sont observés les étalements. Dix capteurs de distance à ultrasons permettent de mesurer les hauteurs d'écoulements en fonction du temps. Le matériau modèle utilisé est un mélange d'eau et de kaolin dont les paramètres rhéologiques ont été mesurés de façon indépendante (tableau 2). Les expériences ont été menées à différentes pentes (10, 14, 15 et 20%) pour différentes quantités de matériau stocké et différentes caractéristiques rhéologiques. Le matériau initialement stocké dans le réservoir est rapidement libéré à l'ouverture de la vanne qui déclenche également le système d'acquisition des hauteurs d'écoulement. En fin d'expérience, lorsque l'arrêt est atteint, un relevé des zones maximum d'extension est effectué par photographie du dépôt.

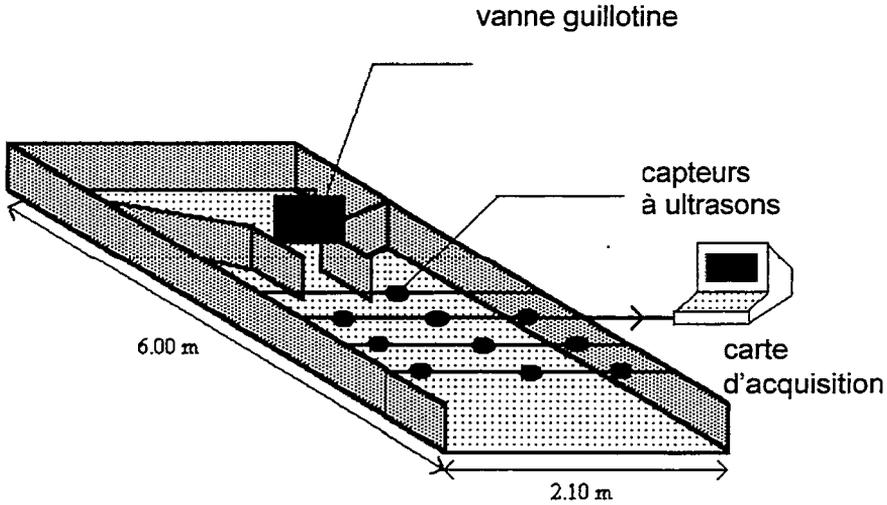


Figure 5 : dispositif expérimental

N° du test	Caractéristiques du matériau			Caractéristiques géométriques		
	Densité ρ (kg/m ³)	Contrainte seuil τ_c (Pa)	Coefficient K (Pa.s ^{1/3})	Pente de la plate-forme (m/m)	Largeur du canal (m)	Hauteur du barrage (m)
A3	1374	29,70	15,77	0,14	0,500	0,160
A4	1374	29,70	15,77	0,14	0,500	0,210
A16	1394	33,00	20,78	0,20	0,500	0,220
A18	1396	29,70	15,40	0,20	0,500	0,200
A21	1396	29,70	15,40	0,20	0,500	0,170
A30	1396	29,70	15,40	0,15	0,500	0,225
A33	1388	29,70	16,50	0,10	0,500	0,210
A38	1388	29,70	16,50	0,10	0,500	0,190

Tableau 2 : caractéristiques du matériau

La comparaison entre mesures et calculs a porté d'une part sur les caractéristiques dynamiques des écoulements (hauteur maximale d'écoulement, temps de propagation pour atteindre un capteur) et d'autre part sur les caractéristiques de la zone d'arrêt (limites de la zone maximale d'extension). On notera que vu la finalité du modèle qui est le zonage des risques, une bonne représentation des zones atteintes est un critère essentiel à la validation du modèle. Selon que l'on s'intéresse à l'une ou l'autre de ces deux caractéristiques, les résultats de la comparaison sont

relativement différents. En effet, concernant les caractéristiques dynamiques, les différences entre calculs et mesures peuvent être parfois élevées (la différence peut atteindre 100% de la valeur mesurée). Deux phases d'écoulement peuvent être distinguées. Lorsque l'écoulement est rapide et donc parfaitement développé, les différences restent faibles et de l'ordre de grandeurs de celles observées dans le cas monodimensionnel. Pour les phases d'écoulement proches de l'arrêt en revanche les différences sont maximales. Ceci peut s'interpréter par la forte sensibilité du modèle dans cette phase particulière de l'écoulement. Ce comportement avait précédemment été observé sur le modèle monodimensionnel. On doit donc conclure que dans la phase d'arrêt, la modèle traduit assez mal les caractéristiques dynamiques de l'écoulement aux points de mesure. Le front d'écoulement est raide, par conséquent, un faible décalage sur la position du point de mesure entraîne des variations fortes sur les valeurs mesurées. Si l'on considère en revanche la représentation par le modèle de la zone maximum d'extension, les différences entre calculs et mesures sont faibles (figure 6). Non seulement, la forme générale du dépôt est bien respectée, mais les dimensions caractéristiques (longueur et largeur) du dépôt sont également bien traduites. Les différences sont généralement inférieures à 20% des valeurs mesurées, ce qui est à rapprocher de la précision des mesures rhéométriques effectuées sur le matériau.

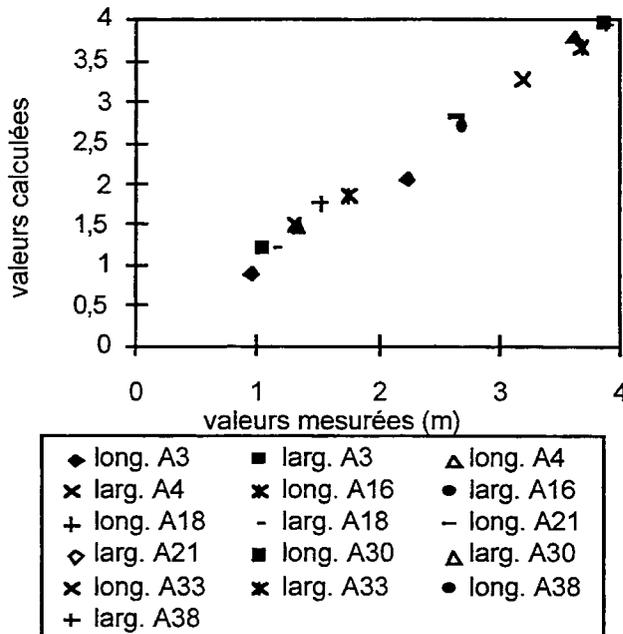


Figure 6 : Comparaison entre valeurs calculées et mesurées des longueurs et largeurs de dépôt à l'arrêt

3.3. Conclusion sur la validation au laboratoire

Les modèles exposés présentent une bonne capacité à représenter les écoulements canalisés d'une part et les zones d'étalement d'autre part. On peut donc considérer qu'ils sont correctement validés au laboratoire. On notera tout particulièrement qu'aucun calage de paramètres n'a été introduit dans cette approche, ce qui non seulement garantit la qualité de l'outil mais a permis d'en établir les limites de validité.

4. Approche au terrain : nature du problème et réponses possibles

Le modèle bidimensionnel qui a été présenté dans le chapitre précédent a pour finalité de devenir à terme un outil de zonage du risque torrentiel. Cependant une telle utilisation ne pourra être à la fois correcte et efficace au terrain que si elle s'intègre dans une méthodologie utilisant l'outil lui-même mais aussi un principe d'analyse du terrain qui ne peut se réduire à l'utilisation du modèle comme d'une boîte noire. De ce point de vue, ce chapitre ne doit pas être strictement considéré dans un cadre de recherche scientifique mais plutôt dans le cadre d'une réflexion sur l'ingénierie de la protection contre les crues torrentielles.

Essayons tout d'abord sur la base d'un exemple de définir les problèmes qui peuvent se poser en pratique lorsqu'on veut réaliser un zonage de l'aléas « laves torrentielles » sur un cône de déjections indépendamment de toute interaction avec les enjeux. Une telle réflexion est actuellement menée sur le torrent du Pousset, torrent célèbre pour ses événements de grande ampleur et dégâts causés par le passé, et qui est situé non loin de Saint-Michel-de-Maurienne en Savoie. Analysons donc par ordre les processus et nous essaierons de voir ensuite quelles réponses peuvent être apportées et en quoi les modèles présentés aux chapitres précédents peuvent aider à apporter une réponse satisfaisante.

4.1. Génération des crues

Les processus de génération des laves torrentielles sont encore assez mal connus et à ce titre, il n'est pas possible à l'heure actuelle de définir une crue en termes de volume, durée, débit maximal, forme de l'hydrogramme et de lui associer une période de retour qui situe le risque encouru. Ceci est partiellement possible par une analyse historique des événements passés, ce qui est possible uniquement si les documents d'archives sont suffisamment nombreux. Pour les laves torrentielles le problème est encore compliqué par la nature même du matériau dont la teneur en eau et donc les paramètres rhéologiques peuvent varier d'un événement à l'autre voire peut-être à l'intérieur d'un même événement.

Dans ces conditions, seule une analyse fondée sur des scénarios est pertinente. Une telle analyse suppose toutefois de définir une fourchette de valeurs plausibles pour chacun des facteurs présentés ci-dessus (volume, débit,...) y compris les paramètres rhéologiques et de croiser ces valeurs en leur affectant une certaine probabilité qui bien sûr ne peut généralement être que qualitative. L'intérêt du modèle numérique est la facilité avec laquelle on peut changer les paramètres, ce qui autorise un nombre important de calculs fondés sur différents scénarios. Nous ne décrivons pas les méthodes permettant de se fixer des fourchettes de valeurs de volumes, débits,... car elles relèvent le plus souvent du domaine de l'expertise. Toutefois, on notera que pour les paramètres rhéologiques, des méthodes d'analyse existent. Elles portent sur l'analyse rhéométrique de la fraction fine du matériau, l'analyse rhéométrique à grande échelle (rhéomètre de grande taille Coussot (1992)) et l'observation de dépôts anciens (Coussot et al. 1998). La teneur en eau d'un événement à venir reste toutefois inconnue d'où la nécessité de raisonner là aussi sur une fourchette de valeurs.

4.2. Processus d'écoulement canalisé et débordement

Les scénarios ayant permis de définir les conditions d'entrée dans le chenal d'écoulement, on cherche ensuite à savoir quelles sont les conditions d'entrée sur le cône de déjections et comment est initialisé l'étalement. Si les points de débordement sont localisés, ce qui n'est pas le cas général, l'initialisation de l'étalement est assez simple à définir. Dans le cas contraire (débordement non localisé), un calcul hydraulique mené grâce au modèle monodimensionnel peut permettre sur la base des scénarios précédemment établis de définir les hauteurs d'écoulement en tout point du chenal et pour tout instant. Par conséquent, on peut théoriquement établir par cette méthode des cotes et débits de débordement sur le cône de déjections, ainsi qu'une localisation de ces débordements (répartis ou localisés). En pratique ce problème reste toutefois délicat, pour deux raisons qui sont d'une part une connaissance encore très partielle du processus de débordement et d'initiation de l'étalement qui n'a pratiquement pas fait l'objet d'études spécifiques ; d'autre-part on ne sait pratiquement pas tenir compte à l'heure actuelle de l'influence du front granulaire sur l'écoulement du corps d'une lave boueuse. On peut toutefois supposer que le front tend à augmenter localement la hauteur d'écoulement et donc à modifier les conditions du débordement. Ce point particulier nécessiterait un travail scientifique important qui n'a encore que partiellement été mené.

4.3. Processus d'étalement

La description de ce processus semble actuellement la mieux maîtrisée. En effet nous disposons d'un modèle bidimensionnel d'étalement du corps des laves boueuses validé au laboratoire. Or, il est très probable que dès lors que le débordement et l'étalement se produisent, le matériau concerné est

essentiellement du corps de lave avec disparition du front. En d'autres termes, le volume du front devient négligeable devant la surface d'étalement et son influence diminue.

5. Conclusion

Nous disposons de deux modèles numériques respectivement monodimensionnel et bidimensionnel validés au laboratoire. L'utilisation couplée de ces deux modèles autorise théoriquement un calcul du débordement hors du chenal, d'initiation et de développement d'un étalement de lave torrentielle boueuse sur un cône de déjections torrentiel. Quelques points limitent encore la généralité de cette approche : notamment une connaissance encore trop partielle des processus de débordement et surtout de prise en compte de l'effet du front granulaire sur un écoulement canalisé. Ces deux points font l'objet actuellement de recherches au sein de la division Erosion Torrentielle, Neige et Avalanches du Cemagref. Compte tenu de la méconnaissance qui persiste encore sur les phénomènes d'initiation des laves torrentielles, une approche fondée sur des scénarios de crue est nécessaire dans une approche de type ingénierie. Les modèles numériques sont des outils souples qui s'intègrent très bien dans ce type de démarche.

Bibliographie

Coussot P, "Rhéologie des boues et laves torrentielles, Etude de dispersions et suspensions concentrées", Série Etudes du Cemagref, Montagne n°5. 1992.

Coussot P, "Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel", Journal of Hydraulic Research **32** (1994) 535-549.

Laigle D., Coussot P, "Numerical Modeling of Mudflows", Journal of Hydraulic Engineering **123** (1997) 617-623.

Laigle D, "A Two-Dimensional Model for the study of Debris-Flow Spreading on a Torrent Debris Fan", Proceedings of the "Debris-Flow Hazards Mitigation: Mechanics, Prediction, and Assessment" ASCE conference, San Francisco, August 7-9, 1997, Cheng-Lung Chen Editor (1997).

Coussot P., Laigle D., Arattano M., Deganutti A., Marchi L., "Direct Determination of Rheological Characteristics of a Debris Flow", à paraître dans "Journal of Hydraulic Engineering"

Un exemple d'application de la rhéologie et de l'hydraulique des laves torrentielles boueuses

Cas du torrent du Riou Sec (Hautes-Alpes)

An example of applied mudflow rheology and hydraulics

The Riou Sec stream (Hautes-Alpes)

Philippe Frey

Cemagref Grenoble

B.P 76, Domaine universitaire

F-38402 St Martin d'Hères

Résumé : Les laves torrentielles boueuses sont des coulées boueuses et rocailleuses qui surviennent dans les torrents. Le débit de lave varie fortement avec la hauteur d'écoulement qui ne peut être inférieure à un certain seuil. Ce comportement est traduit par un modèle non-newtonien à seuil qui fait intervenir deux paramètres rhéologiques. En 1994, dans le torrent du Riou Sec (Hautes Alpes), une lave a obstrué le pont de la RN94 ce qui a provoqué des inondations des quartiers situés en contrebas. Des observations de hauteurs et de vitesses sont utilisées pour caler les paramètres rhéologiques et mener des calculs hydrauliques. La hauteur normale de lave est bien plus élevée que la hauteur d'eau claire correspondant au même débit. Cette hauteur de lave augmente fortement lorsque la pente diminue comme c'est le cas au voisinage du pont ce qui explique son obstruction.

Abstract : *Muddy debris-flows are concentrated suspensions of clay, gravel and rocks in water, occurring in torrents. The flow rate strongly increases with the flow height which cannot drop below a certain threshold. This behaviour is taken into account by a non-newtonian constitutive relationship defined by two rheological parameters. In 1994, a debris-flow occurred in the Riou Sec (Hautes Alpes) responsible for extensive flooding due to stoppage of the main road bridge. Heights and velocities data are used to assess rheological parameters prior to an hydraulic analysis. For the same flow rate, uniform heights of debris-flows are much higher than heights of water. Heights of debris-flows strongly increase when the slope decreases as observed at the bridge, thus explaining the stoppage.*

1. Introduction

Les crues en torrent ne sont pratiquement jamais "claires". A partir d'un certain débit, se produit un transport solide sous forme de charriage et de suspension. L'écoulement présente alors deux phases, eau et solide mais ne se distingue guère en apparence des crues d'eau claire.

Dans certains torrents, le transport solide peut avoir lieu sous une forme totalement différente : il s'agit des laves torrentielles. Ce sont des coulées boueuses et rocailleuses qui surviennent dans les torrents généralement après de longues ou fortes pluies. La concentration solide volumique y est très élevée entre 60 et 90 %.

Nous présentons d'abord quelques éléments sur la loi de comportement et l'hydraulique des laves torrentielles à matrice boueuse que nous comparons

à l'écoulement d'eau claire. Nous appliquons ensuite ces éléments au torrent du Riou Sec (Hautes-Alpes) pour tenter de comprendre l'obstruction d'un pont lors d'une lave survenue en 1994.

2. Théorie des laves torrentielles à matrice boueuse

Les éléments présentés ici sont tirés de Coussot (1996) qui dresse la synthèse des connaissances acquises sur l'écoulement des laves torrentielles au terme de dix ans de recherches menées au Cemagref.

On distingue selon la teneur en argile les laves granulaires des laves à matrice boueuse. Une lave à matrice boueuse est usuellement formée de trois parties :

- le front constitué de gros blocs qui semblent poussés par le corps de la lave ;
- le corps de la lave dont la granulométrie est très étendue et qui peut être traité comme un fluide monophasique ;
- la queue de la lave où l'écoulement est à nouveau biphasique avec charriage et suspension.

La théorie qui suit s'applique au corps de lave. Malgré la complexité apparente, l'hypothèse de base considère que le corps de la lave est un fluide homogène. Une autre hypothèse non moins importante considère que le régime d'écoulement est laminaire.

2.1. Loi de comportement

Dans le cas d'une lave torrentielle boueuse, Coussot (1992) a établi que le comportement en cisaillement simple est bien traduit par le modèle non-newtonien et à seuil de contrainte de Herschel-Bulkley :

$$\tau = \tau_c + K \left(\frac{du}{dy} \right)^{1/3} \quad (1)$$

τ : contrainte de cisaillement (Pa)

τ_c : contrainte seuil (Pa)

K : coefficient de la loi de Herschel-Bulkley

$\frac{du}{dy}$: gradient de vitesse perpendiculairement à l'écoulement

Le comportement de ce fluide est plus complexe que celui de l'eau puisqu'un écoulement ne se produit que si la contrainte seuil est dépassée. En outre, l'exposant 1/3 inférieur à 1 traduit un comportement rhéofluidifiant : le gradient de vitesse augmente plus vite que la contrainte ou autrement dit la

Un exemple d'application de l'hydraulique des laves torrentielles

viscosité apparente diminue avec le gradient de vitesse. C'est ainsi que dans les relations des témoins, la même lave au même endroit mais à des instants différents peut être qualifiée de très visqueuse ou de plus fluide selon la valeur de la vitesse.

Le seuil de contrainte varie typiquement entre 1 000 et 10 000 Pa. Le rapport K/τ_c est généralement compris entre 0,1 et 0,3 (Coussot, 1996).

2.2. Vitesse moyenne en fonction de la hauteur

En régime permanent et uniforme et dans le cas du plan infiniment large, une expression analytique peut être obtenue par intégration du profil des vitesses. Pour des sections trapézoïdales ou rectangulaires, le profil des vitesses ne peut plus se déterminer analytiquement. Des expériences sur modèle réduit en similitude ont été réalisées.

En définitive, dans les trois cas, on aboutit à la même expression formelle avec un facteur correctif (A) qui tient compte du type de section.

$$U = \left(\frac{\tau_c}{K} \right)^{1/3} h \left[\frac{1}{A} \left(\frac{\rho g R_h \sin i}{\tau_c} - 1 \right) \right]^{10/3} \quad (2)$$

U : vitesse moyenne (m/s)

h : hauteur de lave (m)

R_h : rayon hydraulique (m)

ρ : masse volumique (kg/m^3)

i : angle de pente (-)

Dans le cas du plan infiniment large, $A = 1,93$ et le rayon hydraulique se réduit à la hauteur h.

Pour un canal de section trapézoïdale de base B et de fruit égal à 1 ($h < 4B$) :

$$A = 1,93 - 0,43 \arctan \left[\frac{0,4h}{B} \right]^{20} \quad (3)$$

Pour un canal de section rectangulaire de largeur L ($h < L$):

$$A = 1,93 - 0,43 \arctan \left[\frac{10h}{L} \right]^{20} \quad (4)$$

L'utilisation des formules (2) à (4) permet de déterminer des hauteurs de lave à 30 % près.

Le seuil de contrainte τ_c intervient dans la formule (2) à travers le rapport τ_c/ρ : il n'est donc pas nécessaire de connaître la masse volumique de la lave directement dépendante de la concentration volumique solide qui peut seulement être mesurée sur un échantillon frais.

La figure 1 permet de se rendre compte du comportement de la lave qui est différent de celui de l'eau. Ainsi, pour un débit de 20 m³/s, la hauteur d'eau calculée avec la formule de Manning-Strickler (rugosité de 20) s'élève à 0,7 m alors qu'elle est de 1,5 m pour la lave que nous considérons. L'existence du seuil de contrainte explique que les hauteurs de lave sont bien plus importantes que les hauteurs d'eau.

Il faut également remarquer que le débit de lave varie fortement avec la hauteur. Le débit augmente d'autant plus rapidement que K/τ_c a une valeur faible.

On verra plus loin qu'en se fixant les valeurs extrêmes de K/τ_c , on peut arriver à proposer dans chaque cas une fourchette de valeurs de τ_c/ρ .

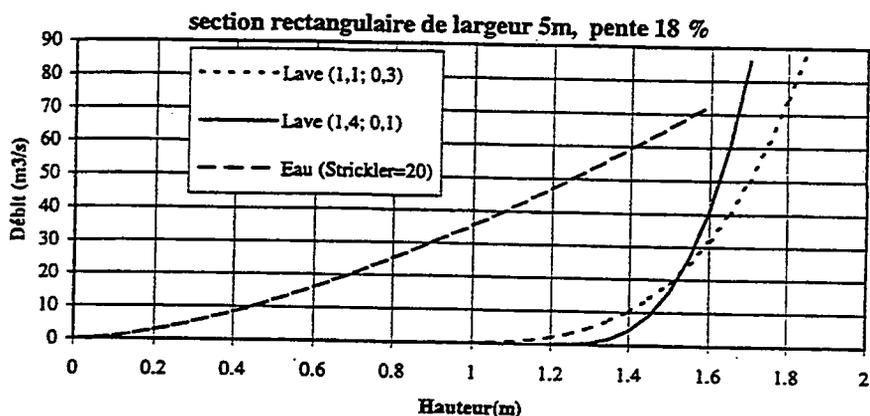


Figure 1 : Lois débit/hauteur de lave pour deux rhéologies ($\tau_c/\rho = 1,1$; $K/\tau_c = 0,3$) et ($\tau_c/\rho = 1,4$; $K/\tau_c = 0,1$) – Comparaison avec l'eau (formule de Manning Strickler)

3. Application au torrent du Riou sec

Le torrent du Riou sec dans le Briançonnais conflue avec la Durance sur la commune d'Argentière La Bessée dans les Hautes-Alpes. Plusieurs laves se sont produites récemment. En particulier, en 1994, une lave a obstrué le pont de la RN 94. Ce pont venait d'être refait avec une largeur de 5 m et un tirant d'air amont de près de 3 m. L'obstruction de ce pont a provoqué la coupure de la route nationale et l'inondation de quartiers situés en contrebas.

3.1. S'agit-il d'une lave torrentielle boueuse ?

Les rapports, témoignages et photos dont on dispose tendent à montrer qu'on a bien affaire à une lave torrentielle. Tous les critères qui permettent de caractériser une lave torrentielle sont en effet réunis. Il s'agit de (Meunier, 1991) :

- apparence d'une coulée visqueuse ;
- écoulement par bouffées ;
- transport de gros blocs en surface et dans le front ;
- formation de bourrelets latéraux.

Par ailleurs, une analyse granulométrique effectuée sur un dépôt d'une lave plus récente (1996) montre que la fraction fine (diamètre inférieur à 40 μm) est supérieure à 10% en masse. Ce critère est actuellement retenu, faute de mieux, comme indice d'une lave torrentielle boueuse.

Enfin et surtout, une analyse rhéométrique de prélèvements frais de cette même lave montre que la loi de comportement de la fraction fine suit bien un modèle de Herschel-Bulkley (Cemagref, 1997).

3.2. Détermination des paramètres rhéologiques

On dispose d'observations et de témoignages relatifs au chenal à biefs affouillables situé à l'amont du pont. Ce chenal constitué de biefs séparés par des chutes d'environ 1 m est rectangulaire d'une largeur de 5 m. La hauteur des berges est d'environ 2 m. La pente moyenne entre chute est d'environ 18 %.

Des hauteurs d'écoulement entre 1,5 et 2 m ont été observées. En pratique, le chenal a coulé à ras bord d'où la valeur de 2 m. Des vitesses de surface entre 1 et 2 m/s ont été avancées ce qui implique un débit maximal de 20 m^3/s .

A priori le régime d'écoulement n'est ni permanent ni même uniforme. Par ailleurs la présence et l'influence d'un éventuel front est incertaine. Faut de mieux, on peut néanmoins considérer que les éléments observés sont propres au corps de la lave et qu'un régime permanent uniforme peut s'instaurer pendant un certain temps.

A partir des hauteurs et vitesses observées, il est possible d'inférer les deux paramètres rhéologiques grâce à la relation (2).

Le rapport K/τ_c est généralement compris entre 0,1 et 0,3 (Coussot, 1996).

On trouve alors pour le rapport τ_c/ρ , compte tenu de la pente de 18 % :

$$K/\tau_c = 0,1 : 1,4 < \tau_c/\rho < 1,7$$

ou

$$K/\tau_c = 0,3 : 1,1 < \tau_c/\rho < 1,45$$

Pour les calculs de hauteur et pour des débits élevés, on propose de retenir $K/\tau_c = 0,3$ car cela implique des hauteurs plus élevées donc plus défavorables qu'avec $K/\tau_c = 0,1$.

On peut alors utiliser ces estimations de paramètres rhéologiques pour calculer des hauteurs de lave dans d'autres biefs. Nous proposons ainsi de tenter de comprendre l'obstruction du pont.

3.3. Hauteurs de lave

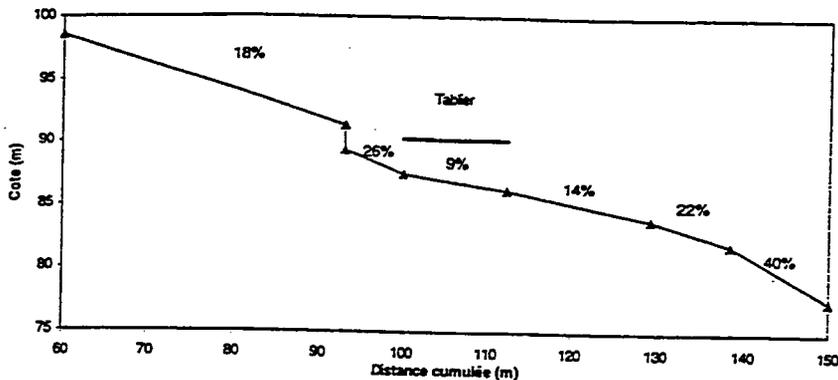


Figure 2 : profil en long du pont

La figure 2 montre le profil en long dans la zone du pont et la position du tablier. Le tirant d'air amont ne dépasse pas 3 m. Il faut noter la présence d'un seuil à l'amont. Il faut surtout remarquer que la pente sous le tablier est faible (9%) de même que le bief immédiatement à l'aval (14%).

La figure 3 montre que la hauteur de lave est très sensible à la pente. Ainsi, avec un débit de $20 \text{ m}^3/\text{s}$, lorsque la pente varie de 14% à 9%, la hauteur normale de lave ($\tau_c/\rho = 1,1$) passe d'environ 2 m à plus de 4 m. Au contraire, la hauteur d'eau calculée avec la formule de Manning-Strickler (rugosité de 20) varie très peu de 0,8 à 0,9 m. Avec une valeur de $\tau_c/\rho = 1,45$, la hauteur de lave dépasse largement 5 m. Ces hauteurs sont à comparer au tirant d'air amont qui ne dépasse pas 3 m. Une obstruction due aux seules conditions hydrauliques est donc possible.

Cependant, la présence du seuil amont et la faible longueur du bief (environ 12 m sous le tablier) font que la hauteur normale du régime uniforme n'est pas forcément atteinte sous le pont. Une analyse en régime non uniforme est alors nécessaire. Les écoulements graduellement variés de laves torrentielles ont des caractéristiques analogues à celles que l'on observe en hydraulique à surface libre d'eau claire (Coussot, 1994) avec les notions de

courbes de remous, de régime subcritique et supercritique et de ressaut hydraulique.

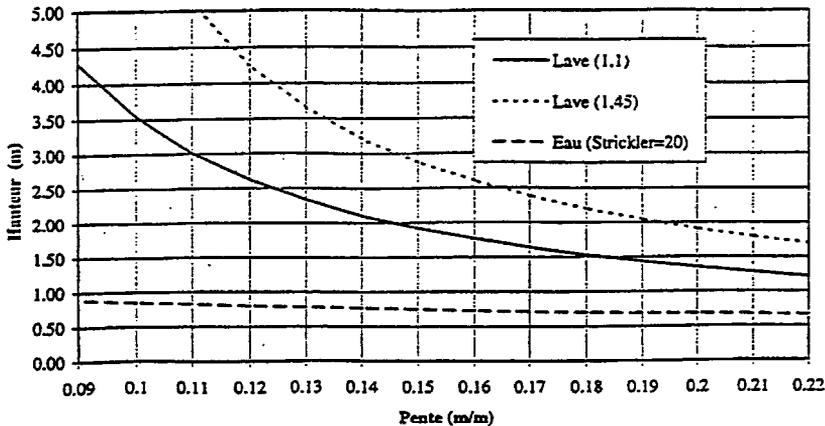


Figure 3 : Hauteur en fonction de la pente en régime permanent uniforme (débit de $20 \text{ m}^3/\text{s}$). Laves pour les deux seuils de contrainte extrêmes ($\tau_c/\rho = 1,1$ et $1,45$) et Eau (coefficient de Manning Strickler)

Dans notre cas, pour un débit de $20 \text{ m}^3/\text{s}$ et $\tau_c/\rho = 1,1$, la pente critique vaut 22%. Les biefs à 9 % et 14 % sont donc subcritiques (nombres de Froude respectivement de 0,15 et 0,44). On peut donc s'attendre à la formation d'un ressaut. La hauteur maximale atteinte sous le tablier du pont dépendra donc de la longueur et de la localisation de ce ressaut.

D'un autre côté, il faut mentionner toutes les limitations de cette approche qui incitent à majorer les hauteurs calculées :

- La précision sur la hauteur ne dépasse pas 30 % ;
- le caractère transitoire d'une bouffée de lave et le front granulaire ne sont pas pris en compte ;
- Les gros blocs transportés en surface et les flottants ne peuvent qu'augmenter la hauteur réelle nécessaire au passage de la lave.

Conclusion

A partir des hauteurs et des vitesses observées sur la lave torrentielle de 1994 du Riou Sec, il a été possible de caler les paramètres rhéologiques et de mener quelques calculs hydrauliques. Les hauteurs de lave, en général bien plus élevées que les hauteurs d'eau, sont également beaucoup plus sensibles à la pente, ce qui permet d'expliquer l'obstruction du pont, certainement due à des pentes trop faibles.

Le pont a depuis été réaménagé avec des pentes plus fortes. Les mêmes calculs hydrauliques peuvent être effectués mais se pose alors, dans le cadre de scénarios, le choix des paramètres rhéologiques qui ne sont pas constants d'un événement à l'autre.

Selon le scénario étudié, un problème d'obstruction du pont réaménagé pourrait être mis en évidence. Dans ce cas là, il paraît difficile de proposer un redimensionnement uniquement à partir de simples outils de calcul hydrauliques dont on a évoqué les limitations.

Une étude en similitude sur modèle réduit donne des résultats plus fiables en traitant en particulier le caractère transitoire et le ressaut sans pour autant prendre en compte toute la complexité du phénomène comme l'influence du front granulaire.

Références bibliographiques

Cemagref, 1997, Calcul du temps de propagation probable d'une lave torrentielle survenant dans le torrent du Riou sec (commune de l'Argentière-la-Bessée, Hautes Alpes). Etude réalisée pour le compte de la commune de l'Argentière-la Bessée.

Coussot P., 1992, *Rhéologie des boues et laves torrentielles. Etude de dispersions et suspensions concentrées*. Collection Etudes : Montagne N°5. Cemagref Editions.

Coussot P., 1994, Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel, *Journal of hydraulic research*, Vol.32, N° 4, pp.535-559.

Coussot P., 1996, *Les laves torrentielles. Connaissances à l'usage du praticien*. Collection Etudes : équipements pour l'eau et l'environnement N°23. Cemagref Editions.

Meunier M., 1991, *Eléments d'hydraulique torrentielle*; Collection Etudes : Montagne N°1. Cemagref Editions.

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

Dry snow avalanche considered as a granular flow

Mohamed Naaim

Division Erosion Torrentielle, Neige et Avalanches

Cemagref, BP 76, 38402 Saint Martin d'Hères

Tel : 04 76 76 27 22 Fax : 04 76 51 38 03

Email : mohamed.naaim@cemagref.fr

Résumé : Ce modèle récemment développé, traite de l'écoulement de l'avalanche depuis son déclenchement jusqu'à son arrêt. L'avalanche est décomposée en deux couches. La couche inférieure, la plus concentrée, se comporte comme un écoulement dense : en fonction du taux de cisaillement, l'écoulement est décrit soit par le modèle frictionnel de Mohr-Coulomb, soit par un modèle collisionnel issu de la théorie cinétique. Cette partie du modèle a été validée sur de mesures expérimentales en modèle réduit réalisée au Col du Lac Blanc. La couche supérieure, de faible concentration, rend compte du développement d'un aérosol ; l'écoulement y est turbulent diphasique. La formation et le développement de l'aérosol résultent de l'érosion au sommet de la couche dense en mouvement, traitée par la théorie de la saltation : le flux de masse prélevée est proportionnel à l'écart entre les contraintes exercées par l'aérosol et la résistance à l'arrachement opposée par la couche de neige dense. Le modèle d'érosion est complété par un modèle de dépôt, qui opère lorsque la turbulence diminue. Enfin le modèle globale bi-couches a été utilisé pour reproduire un événement réel.

Abstract : *The dry snow avalanche model recently developed, treat the avalanche from its triggering to its stop. The avalanche is decomposed into two layers. The dense basal layer is considered as a granular flow. According to the intensity of the shear, the flow is describe by a Mohr-Coulomb law or by a model issued from the kinetic theory applied to granular materials. The dense layer model was tested using expermental data obtained on a scalle model on Col du Lac Blanc site. The uper layer is considered as a two-phases flow. The mass and the momentum conservation laws are considered for each phase. The interaction between the two phases takes into account the drag force between the particle and the air. The formation and the development of the powder avalanche is modeled using a mass and momentum exchanges between the powder flow and the dense flow. The model was successfully applied to reproduce an avalanche event.*

1. Introduction générale

Le terme "avalanche de neige" désigne un écoulement rapide d'une masse importante de neige sous l'effet de la gravité. Il recouvre une gamme de phénomènes très variés. Le premier type d'écoulement, le plus fréquent en

climat tempéré, est l'écoulement dense. Il est vraisemblablement laminaire et suit relativement bien les couloirs naturels. Il est caractérisé par une vitesse de 20 à 30 m/s et une faible incorporation d'air qui lui permet de garder une masse volumique forte allant de 150 kg/m^3 à plus de 450 kg/m^3 . Le second type d'écoulement, beaucoup plus rare en climat tempéré, fortement turbulent, est l'écoulement poudreux ou aérosol. Il est caractérisé par une forte interaction entre l'écoulement et l'air ambiant. Cette interaction se traduit par une incorporation d'air qui réduit sa masse volumique. Les avalanches poudreuses n'apparaissent que sous des conditions climatiques et topographiques particulières. Il faut en général que la neige soit tombée en quantité importante par temps froid et que ce temps froid se soit maintenu jusqu'au déclenchement. Le type de neige doit présenter une cohésion et une masse volumique très faibles. Il faut aussi que le couloir présente une pente forte sur une distance non négligeable ; ce qui permettra à l'avalanche dense d'acquérir une forte vitesse, condition nécessaire pour permettre la formation de l'avalanche poudreuse.

Les avalanches de neige provoquent des dégâts importants. Ces pertes, d'ordre économique ou humain dépendent fortement du type d'avalanches, du volume de neige mis en mouvement et des caractéristiques géométriques et topographiques du couloir. Les avalanches denses provoquent des dégâts liés à leurs fortes densités alors que ceux produits par les avalanches poudreuses sont essentiellement dus aux effets de vitesse.

2. Généralités sur les avalanches de neige sèche

Les avalanches de neige se rencontrent dans la nature dans une grande variété, tant en termes de type de neige mobilisée qu'en termes de comportement de l'écoulement. Des expériences à échelle 1 réalisées ces dernières décennies (Norem et al. 1983-1991, MacClung et Schaerer (84), Nishimura (89)) ont montré clairement que la plupart des grandes avalanches de neige sèche sont composées d'une partie dense en contact avec le lit du couloir et d'une partie poudreuse qui recouvre la dense et qu'il existe une zone de transition entre ces deux couches. C'est dans cette zone intermédiaire que s'opère un important échange de masse et de quantité de mouvement entre les deux parties. C'est à travers cet échange que se forme et se développe l'avalanche poudreuse.

Dans les zones pentues, ces expériences, ont aussi montré que la partie dense représente le front et que la partie poudreuse est observée entre 10 et 40 m derrière le front (Figure 2). Dans la zone de faible pente, la partie

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

dense s'arrête rapidement. La partie poudreuse la dépasse et parcourt une distance beaucoup plus grande avant de s'arrêter. L'épaisseur du dépôt d'une avalanche dense varie de 1 à 15 m (Figure 1), alors que l'épaisseur du dépôt d'une avalanche poudreuse dépasse rarement les 10 cm et de ce fait est très peu perceptible sur le terrain. Comme pour les écroulements rocheux, il est de temps en temps observé que des blocs seuls parcourent une distance plus importante que l'écoulement principal.



Figure 1 : Exemple d'avalanche dense (Savoie - Mohamed Naaim)

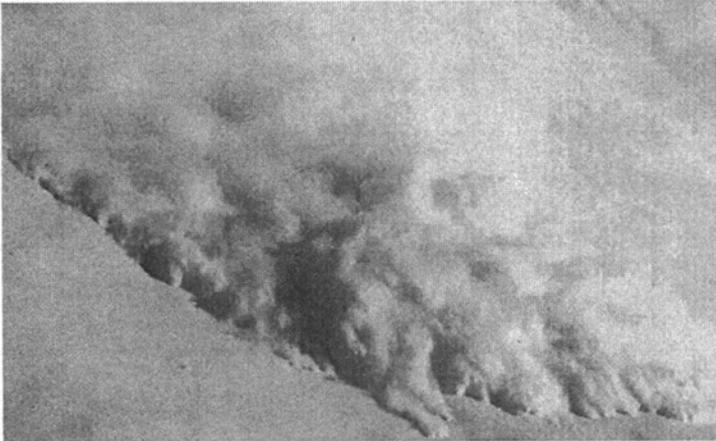


Figure 2 : Avalanche de neige sèche - formation de la partie poudreuse

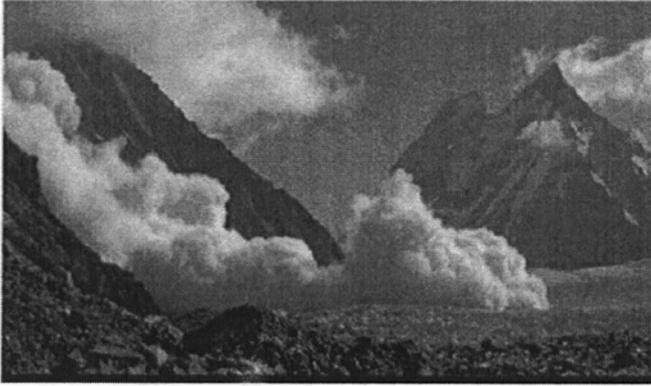


Figure 3 : Avalanche poudreuse pleinement développée (Pierre Beghin)

3. Du grain de neige à l'avalanche

Le but ici est de présenter succinctement les connaissances actuelles concernant les différents types de neige pour voir dans quelles mesures le manteau neigeux et l'avalanche de neige peuvent être considérés comme des milieux continus granulaires. Nous allons ensuite tenter de proposer un modèle de comportement en analysant les interactions entre les grains de neige dans les différents types d'avalanche. Une attention particulière sera portée sur les effets qui causent la dissipation d'énergie et sur les effets qui rendent possible la réduction de la masse volumique macroscopique. Le but est de mettre en évidence les paramètres qui gouvernent ces écoulements en vue, d'abord, d'expliquer les différents changements de régime, et ensuite, de dégager les paramètres qui permettent une modélisation numérique des différentes phases d'écoulement.

3.1. Du grain de neige au manteau neigeux

La neige est un matériau particulièrement difficile à définir. Depuis sa formation en haute altitude jusqu'à sa fonte au printemps le matériau neige passe par des métamorphoses qui modifient sa structure, sa forme, sa granulométrie et sa cohésion. Dans ce qui suit, nous allons présenter les principales formes des grains de neige.

3.1.1. Etoile de neige

C'est une des formes initiales de la neige au moment de sa formation à haute altitude. Ce type de cristaux appelé "étoile" est la forme la plus célèbre de la neige. Elle a une cohésion particulière dite de feutrage. C'est une cohésion faible qui résulte des inter-pénétrations des dendrites formant les cristaux.

3.1.2. Grains fins

Les grains fins résultent de la métamorphose de la neige qui est une transformation thermodynamique par un mécanisme de sublimation / condensation en présence de faibles gradients de température. Les couches formées de ce type de grains se caractérisent par une forte cohésion produite par les ponts de glaces entre les grains.

3.1.3. Plaquette

Les plaquettes sont des grains qui résultent d'une transformation thermodynamique qui intervient en présence d'un gradient de température moyen. Une couche de neige formée de ce type de grains se caractérise par une cohésion plus faible que celle des grains fins. La géométrie particulière, très anguleuse, diminue le contact entre grains ce qui induit une perte relative de cohésion.

3.1.4. Gobelets

Les gobelets sont des grains qui se forment en présence d'un fort gradient de température. Ils ont une croissance pyramidale qui leurs confèrent une géométrie fortement anguleuse et striée. Ces grains donnent à la couche qu'ils composent une cohésion particulièrement faible. De ce fait, ces couches ont appelées couches fragiles.

3.1.5. Les grains de fonte

Les grains de fonte résultent de la fonte de la neige quand la température avoisine 0°C. C'est le stade final avant la fusion totale du grain de neige. L'existence d'un film d'eau entre les grains confère une cohésion capillaire à la couche formée de ce type de neige. Ce film capillaire peut éventuellement regeler et produire une forte cohésion. C'est ce qui est à l'origine des croûtes de regel. Durant un écoulement d'avalanche, et si la température ambiante n'est pas trop négative, la dissipation d'énergie en chaleur peut, par le biais de la fusion en surface des grains, créer une pellicule d'eau qui va avoir une forte influence sur l'écoulement. Cette humidité va augmenter fortement la cohésion au sein du matériau et va engendrer la formation de gros blocs dans l'écoulement. La forte cohésion et la formation des gros blocs, empêcheront souvent l'évolution vers un aérosol. Ce type d'avalanche est appelé avalanche de neige humide.

3.1.6. Manteau neigeux

Les transformations thermodynamiques et les chutes de neige successives rendent le manteau neigeux très complexe. Il est souvent formé de plusieurs couches, de granulométrie et de forme de grains très variés. Les interactions entre grains, la présence ou non de ponts de glaces ou d'eau leur confèrent des cohésions plus ou moins fortes et de ce fait des comportements mécaniques différents. Le manteau neigeux est ainsi un

milieu hétérogène et anisotrope. Mais, rapidement, après le déclenchement de l'avalanche, le matériau se désagrège et le fort brassage mélange les différentes couches du manteau initial rendant la composition de l'avalanche plus homogène. Le matériau résultant va donc s'écouler comme un matériau granulaire composé d'un mélange de grains de différentes dimensions, de différentes formes et de différentes densités. Dans certains cas, et surtout pour les avalanches majeures de neige sèche, le manteau neigeux mobilisé est composé essentiellement de neige récente tombée de façon intense par forte tempête. Dans ce cas le manteau initial est assez homogène et ne contient que de la neige non transformée.

3.2. Milieu continu

Haff (1983) a décrit les limites de l'assimilation d'un matériau granulaire à un fluide simple. Des différences importantes existent entre le grain de neige ou de sable et la molécule d'eau tant au niveau de la masse qu'au niveau du diamètre. Le grain de neige est 10^{18} fois plus lourd et plus volumineux qu'une molécule d'eau. L'interaction entre les molécules est complètement élastique alors que l'interaction entre grains peut se faire aussi bien par chocs que par frottements et s'accompagne toujours de perte d'énergie. La granulométrie étalée, la forme non régulière des grains, et le fait que les chocs entre grains ne sont pas toujours centrés, créent des difficultés que la théorie ne peut pas toujours prendre en compte pour l'établissement de lois de comportement pour les matériaux granulaires. Les théories disponibles ne traitent, en effet, que le cas des matériaux homogènes monodisperses ; composés de sphères de diamètres et de masse volumique constants.

A l'arrêt, le grain de neige a une dimension caractéristique de l'ordre du millimètre et le manteau neigeux une dimension moyenne de l'ordre du mètre. Nous pourrions donc supposer le manteau neigeux comme un milieu continu solide. En écoulement, la dimension caractéristique des avalanches est très grande devant la dimension du grain de neige ce qui permet encore d'assimiler l'avalanche à un milieu continu. Parfois, et surtout en neige humide des blocs de dimension importante se forment. Le rapport de leur dimension par rapport à la dimension de l'avalanche est proche de l'unité. Dans ce cas l'assimilation de l'avalanche à un milieu continu est discutable. Ce phénomène se produit surtout en cas de neige humide et beaucoup plus rarement pour les neiges sèches.

3.3. Considérations énergétiques

Une classification générale des écoulements gravitaires rapides a été proposée originalement par Middleton et Hampton (1973). Elle utilise la concentration solide en particules comme principal paramètre pour

distinguer les différents écoulements entre eux. Dans le domaine des avalanches de neige les écoulements de faible concentration solide sont les avalanches poudreuses et les écoulements de forte concentration solide sont les avalanches denses. Cette classification est pertinente pour opérer une première sélection mais elle ne permet pas d'expliquer à elle seule les différents régimes d'écoulement. Pour la compléter, il est nécessaire d'analyser plus en profondeur les mécanismes physiques qui gouvernent ces écoulements et génèrent les différentes transitions d'un type d'écoulement vers un autre.

Pendant l'écoulement des avalanches de neige sèche, les phénomènes physiques qui sont responsables de la dissipation d'énergie sont :

- le frottement entre grains;
- les collisions entre les grains;
- la viscosité du fluide interstitiel;
- et la turbulence du fluide interstitiel.

Ces phénomènes coexistent simultanément durant un même événement. Il existe cependant des phases d'écoulements où l'un d'entre eux joue un rôle dominant. Il est clair par exemple qu'à faible vitesse les effets du fluide interstitiel et des collisions entre les particules sont négligeables devant les frottements entre grains. Les particules de neige sont animées de vitesses relatives faibles les unes par rapport aux autres. Les contacts, peu énergiques et de longue durée, sont essentiellement frottants. De ce fait le phénomène dominant dans la dissipation d'énergie est le frottement entre les particules. L'écoulement faiblement cisailé sera donc dit écoulement frictionnel.

L'augmentation de la vitesse de l'avalanche va s'accompagner d'une diminution de la concentration solide. Les durées des contacts vont devenir de plus en plus courts et la dissipation par contacts frottants va diminuer. Les interactions seront plus brefs et plus énergiques et s'apparenteront plus à des collisions qu'à des frottements. De ce fait les échanges de la quantité de mouvement vont être réalisés par les chocs entre les particules. A ce stade, bien que le cisaillement est fort, les mouvements des particules sont peu affectés par l'air car leurs trajectoires sont encore courtes du fait de la relative forte concentration en matériau solide.

Au-delà d'une certaine vitesse de cisaillement, la neige dense va être mobilisée à l'interface air/avalanche et va être mise en suspension pour former un écoulement poudreux. Dans ce type d'écoulement, du fait d'un fort cisaillement et d'une faible concentration volumique, c'est la turbulence du fluide interstitiel qui est le principal responsable de la dissipation d'énergie.

Nous avons classé les écoulements des avalanches de neige sèche à partir des phénomènes dominants dans la dissipation d'énergie. Nous

avons choisi de retenir trois types d'écoulement différents en termes de comportement :

- L'écoulement dense frictionnel : les particules sont en contact permanent entre elles, le matériau granulaire a une contrainte de cisaillement et la dissipation d'énergie est produite uniquement par le frottement entre particules. La concentration volumique solide est supérieure à 50%.
- L'écoulement dense collisionnel : le matériau granulaire n'est pas ou faiblement cisailé et les particules sont encore très proches les unes des autres et s'entrechoquent fréquemment. La dissipation d'énergie est principalement produite par les collisions entre les particules. La concentration volumique est comprise entre 30 et 50%.
- Le dernier type d'écoulement est turbulent diphasique, la dissipation d'énergie est fortement dominée par la turbulence du fluide interstitiel et les particules s'entrechoquent rarement. La concentration volumique est faible (inférieure à 10%) et les gradients de concentration sont forts.

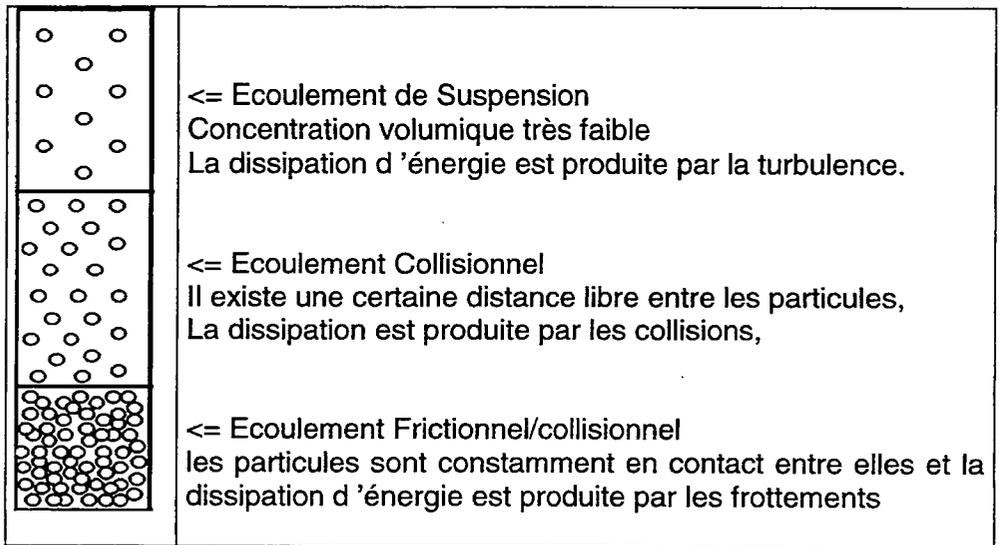


Figure 4 : Schéma des différents régimes d'écoulements

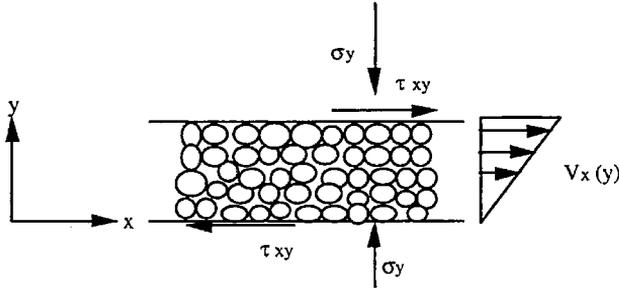


Figure 5 : Schéma d'un milieu granulaire soumis à un cisaillement simple

Dans cet article, nous utiliserons les notations de la figure 5. Nous supposons l'existence d'une relation entre la concentration volumique et le rapport de la contrainte de cisaillement à la contrainte normale $c=f(\tau/\sigma_y)$, où c est la concentration volumique en matériau solide, τ est la contrainte de cisaillement et σ est la contrainte normale. A des faibles valeurs de τ/σ , on trouve l'état solide. Aucun mouvement n'est possible tant que τ/σ reste inférieure à une certaine valeur. Les grandes valeurs représentent les faibles concentrations volumiques. Nous allons ici faire une synthèse non exhaustive des travaux antérieurs dans le domaine des écoulements de matériaux granulaires pour mieux caractériser les différents écoulements.

3.4. Ecoulement dense frictionnel

A un taux de cisaillement faible, le contact inter - granulaire est relativement permanent changeant doucement et l'effet inertiel des particules est négligeable. La contrainte est donc due à la résultante normale et tangentielle de la force des contacts des particules. Les travaux antérieurs traitant du comportement granulaire ont considéré une approche de type mécanique des sols, dans le cadre de l'hypothèse de déformation quasi - statique. Ils ont montré une relative indépendance des contraintes normale et tangentielle par rapport au taux de cisaillement. Ils ont en déduit la validité de la loi de Mohr-Coulomb. Dans un écoulement de type dense frictionnel, le matériau granulaire est donc décrit par un comportement de type Mohr-Coulomb où la loi de comportement pour la contrainte normale et la contrainte de cisaillement s'écrit sous la forme :

$$\sigma = p_e$$

$$\tau = C + p_e \tan(\varphi)$$

où C est la cohésion, φ est l'angle de frottement, p_e est la pression efficace transmise au travers du squelette granulaire.

La contrainte de cisaillement est décrite par deux termes. Le premier terme représente la cohésion qui est produite par des forces électrostatiques et des forces de surfaces exercées par le fluide interstitiel. Le second terme représente le frottement de Coulomb qui est le produit de

la pression efficace par la tangente de l'angle de frottement. La neige a un angle de frottement compris entre 20° et 40°. Cette angle dépend de la taille des particules et de leur forme.

3.5. Ecoulement dense-collisionnel

A l'autre extrême et aux forts taux de cisaillement et à des concentrations solides modérées les particules acquièrent des mouvements fluctuants importants. Les contacts inter - particules ont une durée de vie très faible. Des travaux suivants : Bagnold (1954), Jenkins et Savage (1983), Haff (1983), et Jenkins et Richmann (1985) ont introduit et utilisé la théorie cinétique des écoulements granulaires. En utilisant des expérimentations en cisaillement simple Bagnold (1954), Savage et Sayed (1984), Hanes et Inman (1985) ont examiné la dépendance par rapport au taux de cisaillement en détail et ont montré que pour une concentration massique donnée la contrainte de cisaillement dépend du carré du taux de cisaillement. Les contraintes et les propriétés de transport résultent de la théorie cinétique et les transfert de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sont dues essentiellement aux effets collisionnels. Dans les régimes d'écoulement où cette analyse est appropriée, la dépendance quadratique prévue des contraintes en fonction du taux de cisaillement est en accord avec les mesures de laboratoires.

Dans le régime collisionnel, la dissipation dépend de la taille des particules, de leur densité, de la vitesse relative des particules quand elles s'entrechoquent et de la fréquence des collisions. A partir de ces expériences rhéométriques, Bagnold (1954) proposa l'équation suivante qui décrit la dépendance entre la vitesse et la contrainte de cisaillement :

$$\tau = K_1 \rho_s \lambda^2 d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

où K_1 est une constante, $\lambda = 1/(\sqrt[3]{C_0/C} - 1)$ la concentration linéaire définie comme le rapport du diamètre des particules d au libre parcours moyen entre particules voisines, $\frac{\partial u}{\partial y}$ le gradient de vitesse, u la vitesse de

l'écoulement, y la distance prise dans le sens orthogonal à l'écoulement et c_0 est la concentration volumique maximale quand toutes les particules sont en contact. La constante K_1 est un paramètre du matériau qui a été trouvé voisin de 0,01 par Bagnold (1954). D'autres travaux expérimentaux d'écoulements de grains secs ont montré des valeurs plus importantes pour K_1 . Savage et Sayed (1984) ont trouvé $K_1=0,03$ pour des billes de verre et K_1 approximativement égal à 0,1 pour des coquilles de noix. K_1 est donc une caractéristique des particules composant le matériau.

Les collisions génèrent une dépendance entre la contrainte normale et la vitesse du même ordre que la contrainte de cisaillement. Elle a été

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

appelée pression dispersive par Bagnold. Elle a pour effet de réduire la densité volumique si elle n'est pas compensée par une contrainte externe.

La contrainte normale est d'après Bagnold: $\sigma = K_2 \rho_s \lambda^2 d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$

où K_2 est un paramètre du matériau. Le rapport k_1 sur k_2 a été étudié expérimentalement et théoriquement par Savage (1984), Shen et Ackermann (1982), Jenkins et Savage (1983) et Pasquerell et al. (1988). Ce rapport semble principalement dépendre du coefficient de restitution du matériau, et comme attendu, le rapport de la contrainte de cisaillement à la contrainte normale croît avec l'élasticité. Savage (1984) proposa la formule

suivante pour le rapport : $\frac{K_1}{K_2} = 1.8 \sqrt{\frac{3.33(1-e)}{3\pi}}$.

Les expériences réalisées par Savage et Sayed (1984) indiquent les valeurs suivantes pour le rapport pour différents matériaux: billes de verres: 0,56, billes de polystyrène: 0,59 et coquilles de noix : 0,72.

Pasquerell et al. (1988) ont proposé la formule empirique suivante :

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{16\sqrt{2(1-e)(1+1/d)}}{3\pi^2}$$

où $1/d$ est la concentration linéaire dont la définition est proche de celle de (λ) dans l'approche Bagnold. Cette équation prédit une augmentation faible du rapport en question avec la diminution de la concentration jusqu'à peu près 0,2. Pour les plus faibles concentrations, les valeurs prédites pour ce rapport croient substantiellement. Cette croissance est vraisemblablement liée à l'apparition de la turbulence.

Un aspect intéressant de ces équations est qu'une avalanche de neige sèche en régime permanent quand la pente augmente brusquement ne va pas seulement augmenter sa vitesse mais aussi réduire sa concentration volumique pour retrouver des nouvelles conditions de régime permanent.

3.6. Régime d'écoulement intermédiaire

Le régime d'écoulement intermédiaire, dans lequel les collisions instantanées et les interactions longue durée sont présentes et contribuent de façon équivalente à la génération de contrainte, est très important. Il concerne beaucoup d'écoulements réels. Cependant, il a été très difficile de le manier théoriquement et seules des tentatives analytiques ont été réalisées en additionnant les résultats des deux régimes mentionnés plus hauts. Des exemples simples peuvent être trouvés dans Savage (1983), Norem et al. (1987) et une analyse plus détaillée dans Johnsson et Jackson (1987).

3.7. Suspension turbulente

Dans les écoulements de suspensions turbulentes, il est supposé que la dissipation d'énergie causée par les chocs des particules est négligeable. Selon Bagnold (1954), ceci peut être obtenu quand la concentration volumique est inférieure à 10%, ce qui correspond à des mélanges très dilués. Les particules sont maintenues en suspension par la turbulence du fluide interstitiel. L'accroissement de la contrainte normale est très faible mais la contrainte de cisaillement croît de façon importante par rapport à l'écoulement frictionnel ou l'écoulement collisionnel. L'énergie nécessaire pour transporter la totalité de l'avalanche sous forme d'écoulement poudreux est plus importante que celle nécessaire pour la transporter sous forme d'un écoulement dense. L'avalanche poudreuse se forme par le cisaillement au niveau de l'interface supérieure de l'écoulement dense. La magnitude de ce cisaillement peut être estimée par la théorie de la couche limite. Le flux massique dans la couche de suspension est difficile à estimer. La limite de la suspension doit être considérée comme un mélange de régime collisionnel et de suspension ayant une dissipation d'énergie par les collisions et par la turbulence. Nous avons alors supposé que l'interface entre la suspension et la phase dispersée peut être vue comme une couche de saltation où les particules font des va et vient entre l'écoulement en suspension et l'écoulement dense. Une partie de ces particules reste en suspension. Un profil de concentrations s'établit dans la partie poudreuse avec une forte concentration à son interface inférieure. Quand la masse mobilisée devient importante, et si les conditions topographiques le permettent, la partie poudreuse va incorporer de plus en plus d'air dans sa partie supérieure et des particules au niveau de la couche de "saltation" et peut devenir une avalanche aux effets catastrophiques. Ici, la turbulence est la principale cause de dissipation et elle est aussi le phénomène physique qui maintient les particules en suspension.

4. Prise en compte des lois de comportement dans la modélisation des écoulements denses

Pour les écoulements de neige dense ne développant pas d'aérosol, la modélisation s'est orientée depuis longtemps vers l'assimilation de l'avalanche à un milieu continu de rhéologie complexe, auquel on applique les lois de conservation de la mécanique des fluides. Ainsi, le domaine d'application des équations de Saint Venant a été étendu à la modélisation des écoulements d'avalanches denses. Dans le cas des avalanches de neige sèche (non cohésive), nous présentons ici une approche physique

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

basée à la fois sur les équations de Saint-Venant et sur un modèle frictionnel de type Mohr-Coulomb et un modèle collisionnel issu de la théorie cinétique des milieux granulaires.

Les écoulements denses sont caractérisés par le fait que les surfaces des grains voisins sont séparées par une distance très faible devant le diamètre moyen des grains. Il en résulte une faible incorporation d'air lors de l'écoulement. La dilatation du volume initial est donc faible et la porosité d'un tel milieu n'évolue pas lors de son écoulement. En terme d'équation moyennée sur l'épaisseur de l'écoulement, l'incompressibilité du milieu se traduit par :

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial eu}{\partial x} + \frac{\partial ev}{\partial y} = 0$$

où e est l'épaisseur de l'écoulement et (u,v) les vitesses moyennes intégrées sur l'épaisseur.

L'intégration sur l'épaisseur de l'équation de quantité de mouvement est faite moyennant les hypothèses suivantes :

- les dimensions longitudinales de l'avalanche sont très grandes devant son épaisseur, ce qui permet de supposer la répartition verticale de pression hydrostatique. On obtient :

$$\frac{\partial(e \vec{u})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{e \bar{u}^2}{e \bar{u} \bar{v}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{e \bar{u} \bar{v}}{e \bar{v}^2} \right) + \vec{\nabla} \left(kg \frac{e^2}{2 \cos(\theta)} \right) = eg \begin{pmatrix} \sin(\theta_x) \\ \sin(\theta_y) \end{pmatrix} - F_r$$

où θ_x et θ_y sont les pentes respectivement selon x et y , et θ l'angle dans la direction de la plus grande pente, k le coefficient de pression défini par Savage (1989) et F_r est l'intégrale de la force de frottement. Ce système est résolu numériquement (Naaim 1991).

5. Modélisation physique des avalanches de neige sèche

5.1. Dispositif expérimental

Afin de valider la modélisation numérique, nous avons construit et instrumenté un modèle réduit. Il est composé d'un barrage où sont initialement stockés les matériaux. Il est équipé d'une vanne à ouverture rapide qui permet de simuler le déclenchement instantané de l'avalanche. L'aval du barrage se compose de deux parties : la première est une zone d'écoulement canalisée et de forte pente et la seconde constitue la zone de dépôt, caractérisée par une pente nulle et un élargissement brusque. En fonction du matériau, la surface du modèle réduit est recouverte d'une

toile plastique dont la dimension des rugosités est égale à la dimension moyenne des grains.

Un trépied de hauteur variable permet de choisir l'angle entre le fond du canal et l'horizontale. Les dimensions du canal sont regroupées dans le schéma de la figure 6.

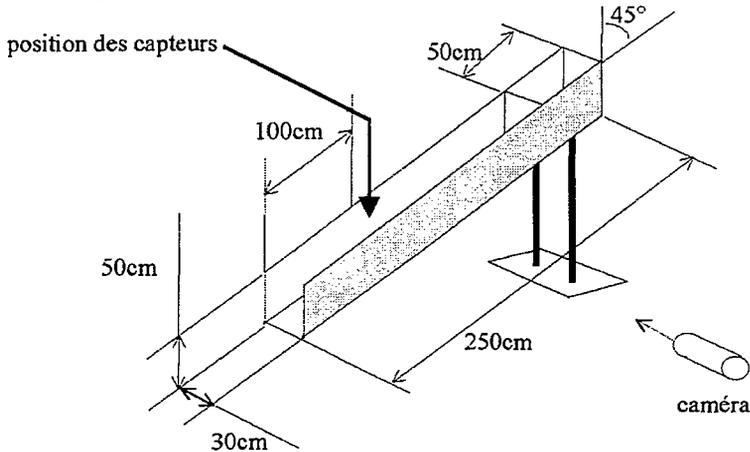


Figure 6 : Schéma succinct du dispositif expérimental

L'échelle géométrique de notre modèle par rapport à des avalanches naturelles est évidemment difficile à définir tellement les dimensions des avalanches sont variées. La dénivelée parcourue par une avalanche varie de 100 à plus de 1000 m. Notre modèle réduit a une dénivelée de 2 m, ce qui correspond à une échelle géométrique allant du 1/50 au 1/500.

Le modèle réduit est équipé de deux types de capteurs :

- un capteur de distance composé d'un émetteur et d'un récepteur indépendants. Du premier est émis un faisceau infrarouge qui est réfléchi de façon diffuse par la surface qu'il rencontre. Le faisceau réfléchi en direction du récepteur fait un certain angle avec le faisceau incident. C'est cet angle qui est mesuré par le capteur. Connaissant la distance entre l'émetteur et le capteur, celle entre le capteur et la surface est facilement déterminée. En sortie est retournée une tension comprise entre 1 et 10V correspondant à une distance de 30 à 80 cm.
- un capteur de forces piézoélectrique : des rondelles de quartz réagissent à un effort mécanique en créant des charges électriques qui sont exactement proportionnelles à la force exercée. Une force de direction quelconque est décomposée en trois composantes une normale au capteur et les deux autres tangentielles. Les signaux de charges sont transformés, à l'aide d'un amplificateur, en tensions électriques qui peuvent alors être enregistrées. Nous n'avons utilisé

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

que deux directions : les directions normale et tangentielle par rapport au fond du canal dans le sens de l'écoulement.

Pour pouvoir mesurer des forces de cisaillement, il est nécessaire d'appliquer une précontrainte normale de 25kN au capteur de forces. Celui-ci fonctionne alors comme un ressort que l'on pourrait allonger ou comprimer.

Les signaux obtenus en sortie des capteurs sont de type unipolaire, unimodale et analogique. Une carte de conversion analogique / numérique permet de les convertir en signaux numériques sur 12 bits.

5.2. Essais en laboratoire / matériaux granulaires

Avant de porter ce dispositif expérimental sur le site du col du lac Blanc à 2800 m, nous avons d'abord testé son bon fonctionnement en laboratoire avec les matériaux granulaires dont les caractéristiques sont reportées dans la table suivante :

	Diamètre moyen (m)	Masse volumique (kg.m ⁻³)	ϕ (°)
Gravier	$2.5 \cdot 10^{-3}$	1500	35.5
Sable	$1.8 \cdot 10^{-4}$	1380	32.5
Billes de PVC	$1.2 \cdot 10^{-4}$	600	29

,où ϕ est l'angle de frottement du matériau en contact avec le lit du canal. Tous ces matériaux sont secs et ont une courbe granulométrique très étroite.

Plusieurs expériences ont été réalisées avec différents volumes initiaux de sable, de gravier et de billes de PVC. Pour chaque expérience, les mesures effectuées ont été:

- l'évolution de l'épaisseur de l'écoulement en fonction du temps en trois points de la zone canalisée. Trois sondes ont été placées à 50 cm, 110 cm et 130 cm de la vanne le long du plan incliné. Ces sondes permettent la mesure de la distance entre elles-mêmes et la surface de l'écoulement.
- l'évolution de la contrainte normale et de la contrainte tangentielle exercées par l'écoulement au niveau du sol,

5.2.1. Comparaison entre le modèle et l'expérience

L'objectif ici est de comparer le modèle numérique avec les résultats expérimentaux de laboratoire. Au travers de cette comparaison, nous allons analyser le rôle des principaux facteurs qui influencent l'écoulement et bien préparer les expériences de terrain. Lors de ces premières expériences nous avons étudié les effets du volume initial, de la pente du

terrain de la zone d'écoulement et des caractéristiques du matériaux à savoir l'angle de frottement dynamique et le coefficient de dissipation collisionnelle.

Cette analyse nous a permis de quantifier l'importance de chaque facteur et de montrer la validité du modèle à bien reproduire les observations expérimentales tant dans la zone d'écoulement que dans la zone d'arrêt.

5.2.2. Mesures de forces

Les mesures de forces nous ont permis de déterminer l'angle de frottement dynamique du matériau. La procédure utilisée sera exposée plus loin dans le cas des expériences avec de la neige.

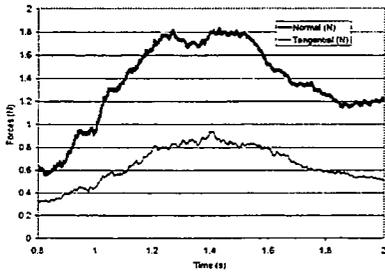


Figure 8 : Mesures de contrainte lors du passage d'une avalanche granulaire

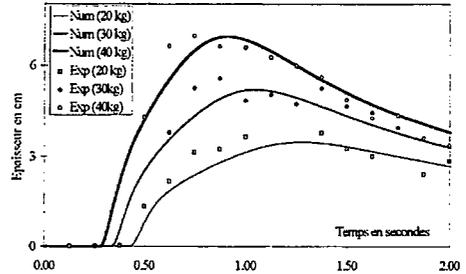


Figure 9 : Influence du volume initial

Nous avons fixé la pente du canal à 45°, le matériau considéré est du gravier et nous avons réalisé les essais pour trois volumes : V1, V2 et V3 correspondant respectivement à 20 kg, 30 kg et 40 kg. Les trois courbes de la figure 9 montrent que la hauteur de l'écoulement ainsi que sa vitesse (ici illustrée par le temps d'arrivée du front) augmentent avec le volume.

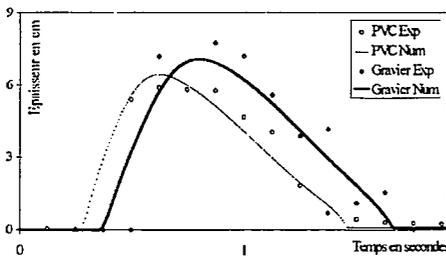


Figure 10 : effet de l'angle de frottement

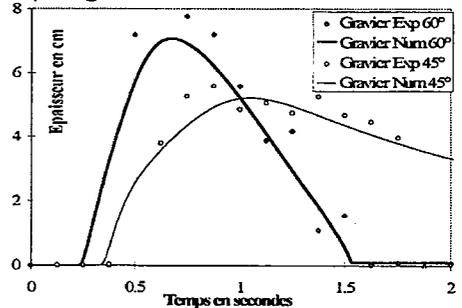


Figure 11 : effet de l'angle de pente

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

Compte tenu de la précision des mesures, on montre que le modèle reproduit bien l'influence du volume initial. Pour chaque essai, les résultats numériques et les résultats expérimentaux sont très proches.

Deux matériaux présentent un écart important d'angle de frottement solide: le gravier et les billes de PVC. Le test présenté sur la figure 10, obtenu dans le cas des deux matériaux pour une pente de la maquette de 60° , montre qu'une variation de 15% de l'angle de frottement induit une variation de 20% de la hauteur de l'écoulement. Cette augmentation se traduit aussi par une réduction de la vitesse du front. Ceci est vrai tant pour les résultats expérimentaux que pour les résultats du modèle numérique. Au travers de ce résultat, on constate que la dynamique de l'écoulement est sensible à ce paramètre. Par ailleurs, on remarque que le modèle numérique reproduit bien les observations expérimentales.

Deux pentes ont été étudiées : 45° et 60° . La figure 11 montre la comparaison du modèle et de l'expérience dans le cas d'un écoulement de gravier de masse initiale 30 kg sur ces deux pentes. Le modèle numérique suit assez bien les observations expérimentales. Les résultats donnés tant par l'expérience que par le modèle numérique montrent que la hauteur de l'avalanche diminue avec la pente alors que sa vitesse augmente.

5.3. Essai sur le terrain avec de la neige

Des premiers essais ont été réalisés avec de la neige de type grain fin. Ces grains étaient abondants à très faible profondeur au mois de mars 1998 sur le domaine des Grandes Rousses et permettaient de mener un grand nombre d'expériences par jour. Mais il s'est avéré qu'ils prenaient une cohésion trop importante dans la zone de départ du canal. De gros blocs se formaient, faisant ressembler l'écoulement à une mini-avalanche de gros blocs. Sur les courbes de la figure (12), on peut observer un pic de hauteur de neige et de forces anormalement élevé résultant du passage d'un gros bloc. Il perturbe énormément le signal. D'autres essais toujours aussi peu fructueux ont été effectués avec de la neige fraîche et le même genre de problème est apparu.

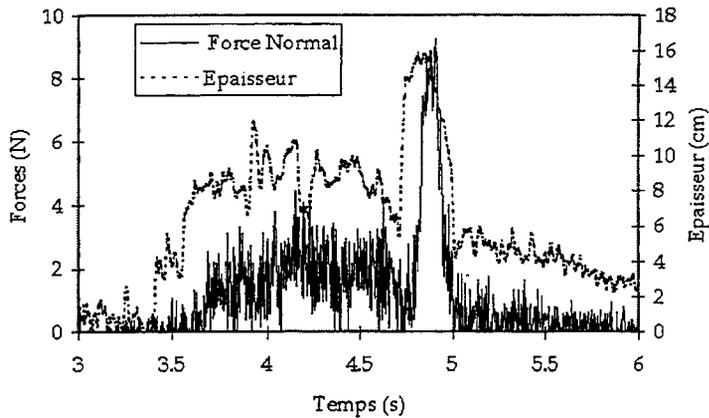


Figure 12 : *Expériences avec des grains fins par soleil rayonnant*

On s'est rendu compte, que le problème venait de l'humidification de la neige, et que pour garder au mieux le caractère très peu cohésif de la neige au cours des expériences, il fallait chercher des conditions météorologiques optimales. Les observations nous ont montré que la neige prenait rapidement de la cohésion dans la zone de départ du canal :

- sous un fort rayonnement solaire, qui, même par température négative, parvient au mois de mars à faire fondre de fines couches de neige exposées au soleil (on a pu observer des blocs pour toutes les expériences réalisées sous un soleil rayonnant),
- avec une température extérieure positive, qui fut pendant longtemps un facteur bloquant tous nos efforts puisqu'elle humidifie en masse la neige par percolation, et lui donne une cohésion capillaire trop importante qui réduit fortement la coulabilité de la neige.

Nous avons donc besoin de travailler avec de la neige sèche et sous un rayonnement solaire le plus faible possible et avec une température négative pour éviter une éventuelle humidification indésirable. Ces conditions se sont retrouvées à l'arrivée d'un champ dépressionnaire, courant mars, lorsque de gros nuages cachèrent complètement le soleil, rendant indiscernables le sol couvert de neige et le ciel (jours blancs). L'altitude élevée du site nous garantissait une température largement négative.

Dans le but de se rapprocher le plus possible d'écoulements de type avalanche granulaire sans cohésion, nous avons extrait la neige des plus basses couches du manteau. Il s'agissait essentiellement de gobelets. Cette neige sèche, qui résulte d'une métamorphose sous fort gradient de température, possède généralement une masse volumique variable de 180 à 350 kg/m³. Le diamètre apparent des grains peut atteindre plusieurs millimètres. Dans notre cas, les grains avaient en moyenne 1 à 2 mm de diamètre. Ils étaient striés, anguleux et la plupart de forme pyramidale.

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

Manquant de cohésion et de résistance au cisaillement, les gobelets sont source d'instabilité dans le manteau neigeux. Ils forment d'ailleurs une très mauvaise sous-couche à l'origine de nombreux déclenchements d'avalanches. La faible épaisseur du manteau en début d'hiver favorise l'installation d'un fort gradient de température, c'est pourquoi les gobelets se retrouvent le plus souvent à la base du manteau.

Dans nos expériences, les gobelets possédaient naturellement si peu de cohésion que la surface libre formée par les grains dans la zone de départ a été très facile à aligner avec l'horizontale. Ils étaient tout à fait adaptés pour une modélisation physique d'écoulements de neige sèche granulaire.

Parmi toutes les expériences réalisées ensuite, seules 15 ont été retenues pour notre analyse. A cause de problèmes techniques, il a en effet fallu écarter des essais dont les résultats n'étaient visiblement pas exploitables.

La répartition des expériences retenues selon la pente du canal et le volume initial de neige disposée dans la zone de départ est indiquée dans le table suivante:

Pente \ Volume	V/V ₀ =1	V/V ₀ =0.71	V/V ₀ =0.43
30°	1	3	
40°		2	
50°	3	3	3

$$V_0=51,1 \text{ dm}^3.$$

La fréquence d'acquisition de la carte numérique a été fixé à 333 Hz pour chacune des sorties des capteurs: épaisseur de l'avalanche et forces normale et tangentielle sur le fond du canal exercées par celle-ci.

Les données brutes obtenues en sortie de carte numérique sont bruitées comme le montrent les figures 13 et 14.

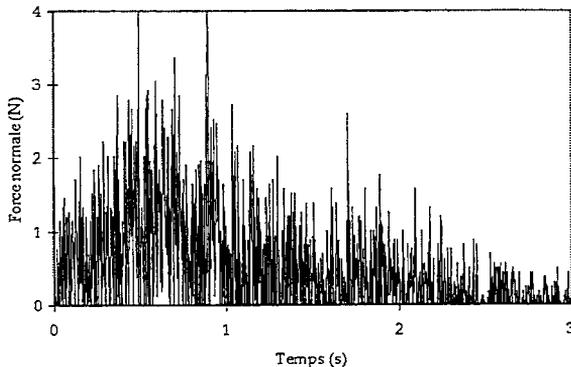


Figure 13 : Force normale – signal brut

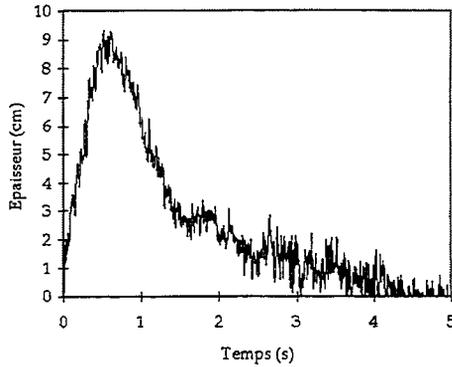


Figure 14 : Epaisseur – signal brut

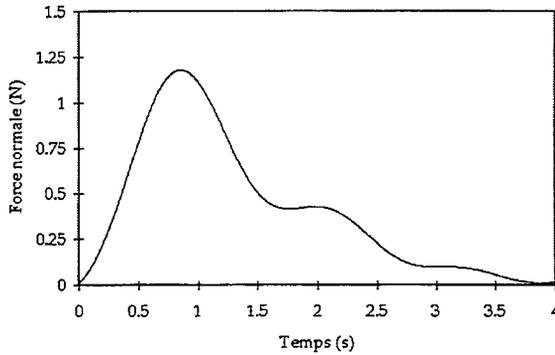


Figure 15 : Force normale – signal filtré

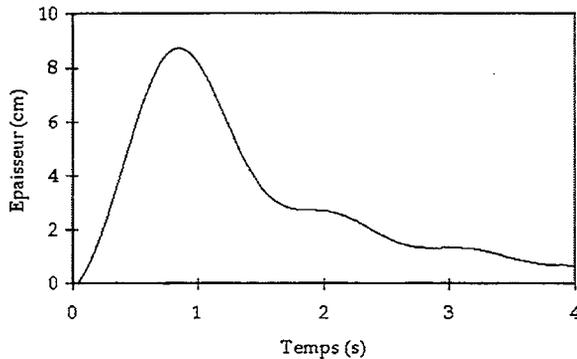


Figure 16 : Epaisseur – signal filtré

Un programme de filtrage en fréquence a été utiliser pour éliminer les hautes fréquences. Les deux courbes tracées sur les figures 15 et 16 représentent les résultats après filtrage des deux courbes.

5.3.1. Détermination de l'angle de frottement dynamique

L'angle de frottement dynamique est d'une importance cruciale pour le modèle puisqu'il constitue une part importante de la loi de comportement. Deux méthodes ont été employées pour la détermination de l'angle de frottement en se servant des essais expérimentaux. Nous avons utilisé trois séries de trois essais correspondant respectivement à des volumes relatifs V/V_0 de 1, 0.74 et 0.43 et à une pente de 50° .

Moyenne sur un état quasi-permanent : l'état permanent des écoulements obtenu lors du passage de l'avalanche est très bref et correspond au court instant pendant lequel l'épaisseur e de l'avalanche est maximale. On a introduit la notion d'état quasi - permanent, plus long dans le temps et on l'a défini comme l'état durant lequel la valeur mesurée de l'épaisseur vaut au moins 90% de sa valeur maximale. Le programme utilisé pour le filtrage en fréquence des signaux bruts calcule directement, pour chaque essai, les valeurs moyennes T_{moy} et N_{moy} des forces normale et tangentielle pendant l'état quasi - permanent à partir de valeurs filtrées en fréquence. La figure (17) suivante présente les résultats pour les neuf expériences traitées.

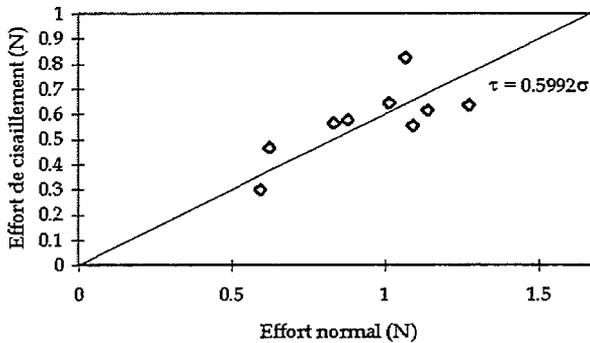


Figure 17 : Détermination de l'angle de frottement interne en régime quasi-stationnaire

Supposer que la cohésion du matériau est très faible revient à faire passer la courbe de tendance linéaire de ces points par l'origine. Tracée en surimpression, l'équation de cette droite est:

$$T_{moy} = 0.5989 N_{moy} ,$$

ce qui correspond à un angle de frottement dynamique de 31° . Les deux forces agissent sur la même surface, le quotient des forces est en effet égal à celui des contraintes.

Prise en compte de tout l'écoulement: la deuxième méthode consiste à tracer la contrainte tangentielle T en fonction de la contrainte normale N pendant toute la durée de l'écoulement, et ceci pour les neuf mêmes expériences considérées dans la première méthode. La figure 18 montre les différentes courbes obtenues. Elles sont très dispersées. On constate que, à cause du fait que l'écoulement n'est pas permanent, la phase accélérée de l'avalanche est différente de la phase décélérée.

Une courbe de tendance, que l'on ne force pas à passer par l'origine, est alors tracée. La dispersion des courbes, les différents hystérisis sont dues au caractère non permanent de l'écoulement. La tangente de l'angle de frottement interne correspond ici au coefficient directeur de la droite de tendance. Soit $\varphi = 29^\circ$.

Compte tenu de la dispersion de cette dernière méthode, nous avons estimé qu'il était plus correcte de prendre la valeur de φ donné par la première méthode (31°) pour la simulation numérique.

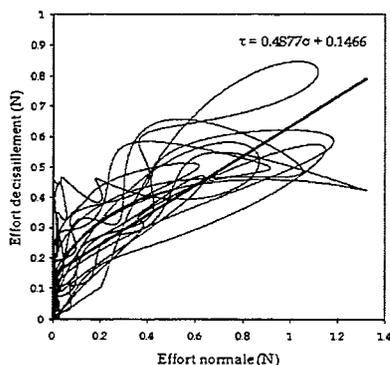


Figure 18 : Variation de T avec N pour la totalité des écoulements

5.3.2. Comparaisons expérience / numérique

La géométrie du canal a été introduite dans le modèle numérique ainsi que l'angle de frottement dynamique et le coefficient K_1 de Bagnold. Ce dernier a été déterminé en considérant que la concentration linéaire $\lambda=11$ et que le diamètre des particules est de 2 mm et la densité des particules de neige était de 600 kg/m^3 .

Le modèle numérique a été utilisé pour reproduire les essais expérimentaux obtenus pour 3 angles du canal et 3 volumes différents. Tous les graphiques sont présentés dans les figures 19 à 23 ci-après.

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

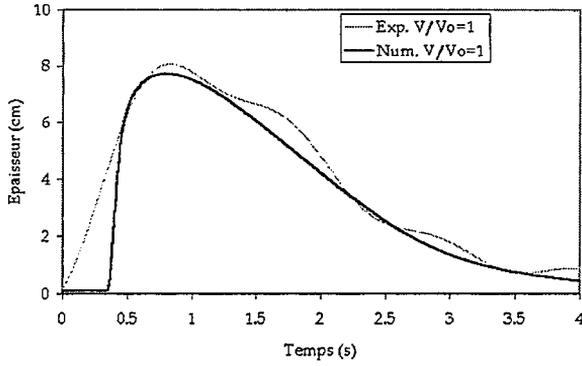


Figure 19 : angle de pente = 30° et $V/V_o=1$

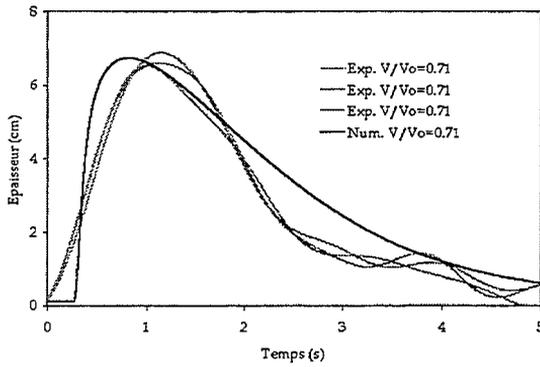


Figure 20 : angle de pente = 30° et $V/V_o=0.71$

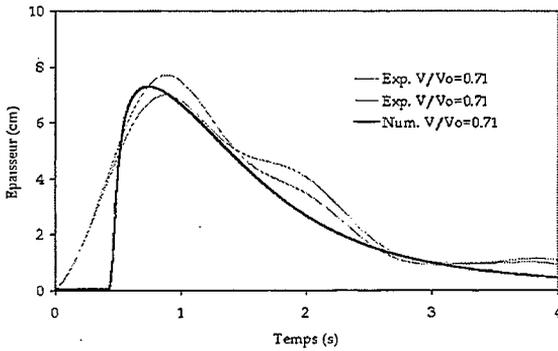


Figure 21 : angle de pente = 40° et $V/V_o=0.71$

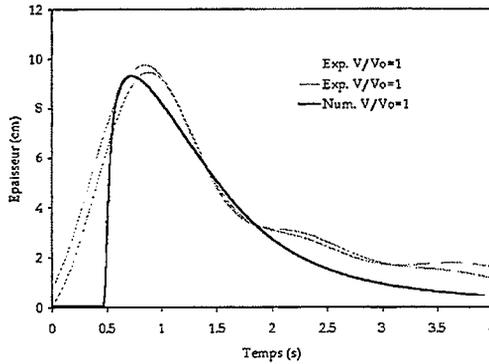


Figure 22 : angle de pente = 50° et $V/V_0=1$

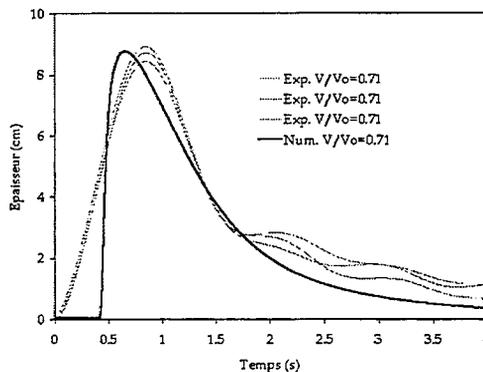


Figure 23 : angle de pente = 50° et $V/V_0=0.71$

Compte tenu des erreurs expérimentales, on peut raisonnablement affirmer que la modélisation numérique est en très bon accord avec l'expérience puisque les courbes numériques et expérimentales coïncident d'une assez bonne manière.

On peut remarquer néanmoins que le front pour le numérique est plus raide que pour l'expérience. C'est un problème d'initialisation du modèle numérique qui est responsable de cet écart. Pendant que la trappe à ouverture rapide s'ouvre, la neige se déverse dans le canal. Le modèle numérique introduit quant à lui un champ de hauteur discontinu comme condition initiale. Le front se propage sous forme d'un ressaut depuis la zone de départ sans aucune diffusion numérique. Au niveau des capteurs de mesure, un mètre en aval de la zone de départ, ce saut d'épaisseur est toujours présent numériquement.

6. Modélisation des écoulements poudreux

L'étude *insitu* d'une avalanche poudreuse est très difficile. Dans le but de comprendre les lois qui gouvernent ce type d'écoulement, des modèles physiques ont été élaborés et utilisés en laboratoire. L'utilisation des modèles réduits permet une souplesse et une flexibilité expérimentales et la possibilité de faire varier les différents paramètres de l'écoulement. Plusieurs travaux expérimentaux ont été réalisés dans le domaine par Huppert et al. (1980), Simpson (1987), Beghin et Olagne (1991), Hermann et Hutter (1991), Hallworth et al. (1993) et Hallworth et al. (1996). Des modèles numériques ont été proposés et utilisés pour la simulation des écoulements de ces avalanches Brandstätter et al. (1992), Hermann et al. (1993), Bonnecaze et al. (1995) et Naaim (1995). Ces modèles considèrent l'avalanche comme une solution en écoulement. Le caractère granulaire de la suspension n'était pas pris en compte. Dans ce qui suit nous proposons une modélisation biphasique qui tient compte du caractère particulaire de l'avalanche.

6.1. Equations de base

L'avalanche poudreuse est considérée ici comme un écoulement biphasique formé de particules de neige et d'air. La gravité appliquée à cette suspension est le terme moteur de l'écoulement. Le modèle proposé suppose que l'air est un fluide newtonien et un gaz parfait. Les équations sont écrites dans un repère galiléen (xyz). La gravité est donnée par $\vec{g} = (0,0,-g)^t$. Les autres variables sont: ρ_a la masse volumique de l'air, ρ_s la masse volumique de la neige, $\vec{u}_a = (u_a, v_a, w_a)^t$ la vitesse de la phase gazeuse, $\vec{u}_s = (u_s, v_s, w_s)^t$ la vitesse de la phase solide, p la pression de la phase gazeuse, c la concentration volumique en particules. Dans l'avalanche poudreuse, c est très petit. Nous supposons l'interaction entre les particules négligeable.

Les équations gouvernant l'écoulement sont les lois de conservation de la mécanique des fluides. La conservation de la masse et de la quantité de mouvement est considérée pour chaque phase :

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_a u_{ai}) = 0$$

$$\frac{\partial (c)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (c u_{sj}) = 0$$

$$\frac{\partial (\rho_a u_{ai})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_a u_{ai} \cdot u_{aj}) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} (v \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_a u_{ai})) - c \rho_s g_i + F_i$$

$$\frac{\partial(cu_{si})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(cu_{si} \cdot u_{sj}) + \frac{c}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial x_i} = -cg_i - F_i,$$

où $F_i = \frac{18\mu_a}{d^2} c(1-c)(1 + \frac{R_{ep}^{2/3}}{6})(u_{si} - u_{ai})$, $R_{ep} = \frac{\|\bar{u}_{si} - \bar{u}_{ai}\|d}{\nu_a}$, d est le diamètre des

particules,

ν la viscosité de l'air ($\mu = \rho_a \nu$) et p la pression définie par la loi isentropique. L'introduction de la décomposition de Reynolds suivie par l'opération moyenne, permet de déterminer les équations qui gouvernent l'écoulement moyen. Dans ces équations apparaissent de nouvelles variables. Elles correspondent aux corrélations du second ordre résultant des non-linéarités des équations de Navier-Stokes. Elles sont modélisées en utilisant le modèle de viscosité tourbillonnaire de Boussinesq. Les équations du mouvement sont:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho_a u_{ai}) = 0$$

$$\frac{\partial(c)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(cu_{si}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_c} \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) + \bar{\varphi}_{ed} \cdot \bar{n}$$

$$\frac{\partial(\rho_a u_{ai})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_a u_{ai} u_{aj}) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_t \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_a u_{ai}) \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} + F_i$$

$$\frac{\partial(cu_{si})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(cu_{si} u_{sj}) + \frac{c}{\rho_s} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_t \frac{\partial u_{si}}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial(ck_s)}{\partial x_i} - cg_i - (\bar{\varphi}_{ed} \cdot \bar{n}) \cdot u_{si} - F_i$$

L'énergie turbulente de la phase solide est reliée à l'énergie turbulente de la phase gazeuse par $k_s = \frac{1}{1 + \frac{t_p}{t_1}} k$ en accord avec la théorie de Tchen

(Hinze 1975), où $t_p = \frac{\rho_s d^2}{18\mu \left[1 + \frac{R_p^{2/3}}{6} \right]}$ est le temps caractéristique des

particules et ($t_1 = 0.41 \frac{k}{\epsilon}$) est le temps de retournement d'une des structures turbulentes. σ_c est ici considéré égal à 0.5 (Naaim and Martinez 1995). φ est le flux de masse échangé entre l'écoulement poudreux et l'écoulement dense. Il représente l'érosion ou le dépôt des particules. \bar{n} est la normale extérieure au domaine.

6.2. Modèle de turbulence

Le modèle proposé par Chen et Wood (1985) a été retenu car il prend en compte la réduction de la turbulence par la présence des particules. Il est basé sur le modèle classique k- ϵ où de nouveaux termes sont introduit

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

pour prendre en compte la réduction de la turbulence induite par la présence des particules. Les équations du modèle sont :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \varepsilon + S_k$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) - C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon$$

où $-\overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3}k + C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$, $S_k = -\frac{2k}{t^*} (1 - \exp(-\frac{t^* \varepsilon}{2k}))_c$, $S_\varepsilon = -\frac{2\varepsilon}{t^*} c$ et

$$t^* = \frac{d^2 \rho_s}{18\mu}$$

La viscosité turbulente est reliée à l'énergie turbulente k et au taux de dissipation turbulente ε par le formule suivante: $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$.

Les valeurs des différentes constantes utilisées dans ce modèle sont dans la table suivante:

Constante	C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{1\varepsilon}$	σ_c	$C_{2\varepsilon}$
Valeur	0.09	1	1.22	1.44	0.5	1.92

6.3. Conditions aux limites

6.3.1. La vitesse

Le modèle d'avalanche poudreuse a besoin d'un ensemble de conditions aux limites à l'interface avec l'écoulement dense. Concernant la vitesse à cette interface, l'écoulement est considéré comme une couche limite turbulente défini par une rugosité et une vitesse turbulente:

$$\bar{u}_p - \bar{u}_d = \frac{\bar{u}_*}{K} \log\left(\frac{z - z_d}{z_0}\right)$$

où \bar{u}_p est la vitesse moyenne à la base de l'écoulement poudreux et \bar{u}_d est la vitesse moyenne dans l'écoulement dense. Quant l'avalanche poudreuse se déplace seule sans partie dense, la vitesse du sol est prise égale à zéro.

Les paramètres représentant la turbulence sont reliés à \bar{u}_* par:

$$k = \frac{\sigma_\varepsilon (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})}{K^2} \bar{u}_*^2 \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{\sigma_\varepsilon (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})}{K^2} \frac{\bar{u}_*^3}{Kz}$$

von Kármán.

6.3.2. L'échange de masse

Premièrement, nous supposons que la neige est principalement entraînée par les forces aérodynamiques et les forces d'impact des particules au

travers d'une couche de saltation. Le nombre N des particules entraînées par unité de surface et par unité de temps est proportionnel à l'excès de contrainte :

$$N = \xi(\rho_a u_{*t}^2 + \rho_s c u_{*s}^2 - \rho_a u_{*t}^2)$$

où u_{*t} est la vitesse de frottement limite de mise en mouvement de la neige et ξ est une constante. u_{*t} dépend de la cohésion de la neige, de sa densité et de sa granulométrie.

Le frottement turbulent est modifié par la présence des particules. Peu de données existent pour déterminer ce rôle. Nous supposons que les vitesses de frottement réelles fluide et solide dans la couche interface u_{*f} et u_{*s} , qui sont responsables de l'érosion, sont reliées à la vitesse turbulente calculée dans l'écoulement poudreux par:

$$u_{*f} = u_* + (u_{*t} - u_*) \left(\frac{c}{c_{\max}} \right)^2$$

$$u_{*s} = \left(u_* + (u_{*t} - u_*) \left(\frac{c}{c_{\max}} \right)^2 \right) \frac{t_1}{1 + t_p}$$

Quand la concentration volumique en particules est nulle, la vitesse réelle est égale à la vitesse turbulente à la base de l'écoulement poudreux. Quand la concentration volumique atteint sa valeur maximale, la vitesse de frottement réelle est égale à la vitesse limite d'érosion et l'érosion s'arrête. Nous supposons la concentration maximale voisine de 10%.

L'érosion a lieu seulement quand $u > u_{*t}$. Le flux d'érosion par unité de surface et par unité de temps φ_e est donné par :

$$\varphi_e = A(\rho_a u_{*t}^2 + \rho_s c u_{*s}^2 - \rho_a u_{*t}^2) \cdot \vec{i}_3$$

Où \vec{i}_3 est le vecteur unité orthogonale à la surface de l'écoulement dense.

Le coefficient A dépend du type de neige.

Le flux de dépôt qui a lieu seulement quand $u < u_{*t}$, est proportionnel à la vitesse de chute des particules u_f . Il est modifié par la turbulence de l'écoulement. A $u = u_{*t}$, le flux de sédimentation est nul. A $u = 0$, le flux de sédimentation est maximal ($u_f c$). La force exercée par la turbulence sur chaque particule est proportionnelle à u_*^2 . Nous proposons alors le modèle

$$\text{suivant pour le flux de dépôt : } \varphi_d = -c u_f \left(\frac{u_{*t}^2 - u_*^2}{u_{*t}^2} \right) \cdot \vec{i}_3$$

Ce modèle de dépôt a été proposé et validé pour la simulation de dépôt de neige derrière une barrière à neige (Naaim et al. 1997).

6.4. Validation du modèle d'avalanche poudreuse

Le but ici n'est pas de montrer tous les essais qui ont permis de montrer la validité du modèle. Si le lecteur souhaite plus d'information sur les

Avalanche mixte de neige sèche considérée comme un écoulement granulaire

différents tests se référer à Naaim (1995). Le but ici est simplement de montrer que ce modèle tient correctement compte de l'effet de sédimentation. Ce test va se faire en comparant les résultats numériques aux résultats expérimentaux obtenus en laboratoire dans un canal de pente nulle dans lequel des expériences d'écoulements de suspension ont été réalisées. Dans ces expériences, nous avons étudié l'écoulement produit par un volume de fluide lourd initialement contenu dans un barrage par une vanne, dans un fluide plus léger. Deux types de matériaux ont été utilisés pour réaliser des suspensions : de la silice et des billes de verre. Les expériences ont été réalisées avec trois concentrations volumiques : $C_0=0.5\%$, 1% et 2% . Dans le réservoir, les particules sont mises en suspension par un agitateur. La forte vitesse de mélange permet d'obtenir une suspension homogène. Le modèle biphasique a été utilisé pour simuler les mêmes expériences.

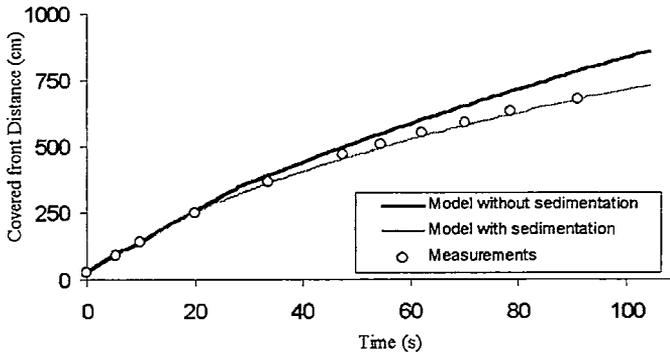


Figure 24 : Comparaison entre le modèle numérique et l'expérience (Silice, $d=30\mu\text{m}$).

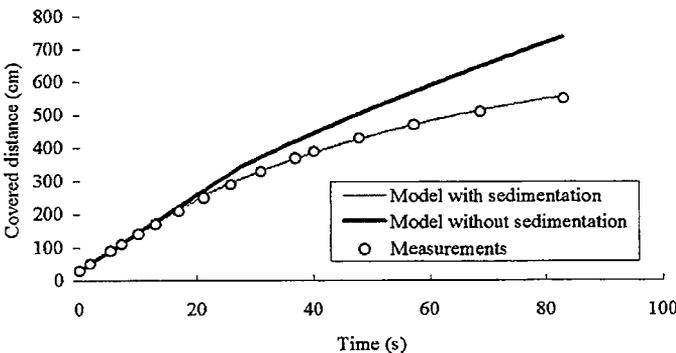


Figure 25 : Comparaison entre le modèle numérique et l'expérience (Silice, $d=70\mu\text{m}$)

Ces deux exemples illustrent bien le bon comportement du modèle vis-à-vis des expériences. Le modèle prenant en compte la sédimentation reproduit l'écoulement aussi bien dans sa phase inertielle (rapide) que dans sa phase lente.

7. Test du modèle intégré sur un événement réel

En 1993, une avalanche poudreuse de grande ampleur s'est produite dans le couloir du Bourgeat (France, Haute Savoie). Cette avalanche a produit un certain nombre de destruction dans la zone habitée située dans sa trajectoire.



Figure 26 : Avalanche du Bourgeat (Haute Savoie, France, 1993, Photo- RTM)

Les services RTM souhaitant réviser le zonage pour tenir compte de ce nouveau phénomène ont proposé au Cemagref de simuler cette avalanche par modélisation numérique. J'ai donc engagé une réflexion interne pour définir un cadre dans lequel ce genre de modélisation peut apporter un réel et sérieux appui à l'expert dans sa problématique de zonage du risque d'avalanche. La réflexion a convergé vers l'idée que l'utilisation de la modélisation doit associer et s'appuyer fortement sur les données naturalistes, prélevées sur le terrain à la suite de l'événement. Pour cette première utilisation, nous avons réalisé une enquête de terrain qui a permis d'accéder aux informations suivantes :

- la détermination de la zone de départ et de l'épaisseur de neige mobilisée par l'avalanche,
- les limites latérales de la zone d'écoulement
- la cartographie des dégâts occasionnés par l'événement : arbres et toitures arrachés, fenêtres cassées etc.

Nous avons réalisé un modèle numérique de terrain à partir d'une carte 1/5000 et cartographié le couvert végétal de la zone concernée par l'avalanche.

L'enquête a permis de localiser les zones où des dégâts ont été observés. D'après des calculs simples de mécanique, la cassure d'un arbre où la cassure d'une fenêtre correspond à peu près à une pression comprise entre 1000 et 3000 Pa. Les limites de la zone ayant subi ce genre de dégâts et la zone n'ayant subi aucune destruction a été adopté comme ligne d'iso-pression maximale de 2000 Pa.

Le modèle d'avalanche a été ensuite utilisé pour simuler cette événement. On a utilisé les paramètres moyens suivants : $u_t = 0.15 \text{ m.s}^{-1}$, $A = 0.07$ et $u_f = 0.3 \text{ m.s}^{-1}$.

Le modèle a reproduit de façon remarquable le champ de pression dans la zone des dégâts. La Figure 27 montre une comparaison entre les dommages observés et le champ de pression simulé par le modèle.

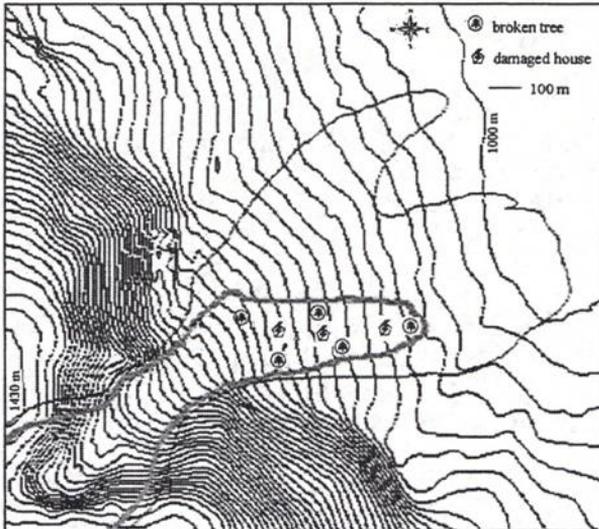


Figure 27 : Couloir du Bourgeat: ligne noire : 500 Pa et la ligne grise: 2000 Pa.

8. Conclusions

Dans cet article, on commence par une description des diverses phases d'écoulement des avalanches de neige sèche et on propose une classification en trois types : l'écoulement frictionnel, l'écoulement collisionnel et l'écoulement turbulent. Pour ces trois types, nous analysons les différentes caractéristiques de l'écoulement et nous proposons une modélisation. Pour l'écoulement frictionnel, le modèle de Mohr-Coulomb

est utilisé, et pour l'écoulement collisionnel, le modèle inertiel de Bagnold est adopté. La transition entre ces deux types d'écoulement est discutée. Un modèle réduit a été construit et a permis de valider cette modélisation. Pour les écoulements de type suspension, on propose une approche bi-phasique basée sur l'application des équations de la quantité de mouvement et de la masse à chacune des phases, et d'introduire un terme de couplage entre les deux phases par le biais d'une force de traînée. La turbulence est réduite par la présence des particules, la prise en compte de cette réduction est faite grâce au modèle de Chen et Wood (1985). La formation et le développement de la suspension sont le résultat de l'érosion qui s'opère au niveau de l'interface écoulement dense/suspension, un modèle d'érosion basé sur la théorie de la saltation est proposé. Le dépôt des particules est proportionnel à la vitesse de chute pondérée par la turbulence. Le développement de cette modélisation intégrée a permis de reproduire un événement d'avalanche réelle.

9. Bibliographie

- Ackermann, N. L., et Shen, H. H.**, 1982, Stresses in rapidly fluid-solid mixtures, *J. Engng. Mech. Div ASCE* Vol. 108, pp. 95-113.
- Bagnold, R. A.**, 1954, Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, *Proc. Roy. Soc. London*, Vol. 225, pp. 54-63.
- Beghin P.**, 1979, Etude des bouffées bidimensionnelles de densité en écoulement sur pente avec application aux avalanches de neige poudreuse - *Grenoble : Université Joseph Fourier*, - (PhD Thesis).
- Beghin P., Olagne X.**, 1991 - Experimental and theoretical study of the dynamics of powder snow avalanches - *Cold Regions Science and Technology*, vol.19, 317-326.
- Bonnecaze, R. T., Hallworth, M. A., Huppert, H. E. and Lister, J. R.** 1993. Axisymmetric particle-driven gravity currents. *J. Fluid. Mech.* **294**, 93-121.
- Brandstätter, W., Hagen, F., Sampl, P., and Schaffhauser, H.** 1992. Dreidimensionale Simulation von Staublawinen unter Berücksichtigung realer Geländeformen. *Wildbach und Lawinenverbau* **56**(120), 107-129.
- Britter, R. E., and Simpson, J. E.**, 1978. Experiments on the dynamics of a gravity current head. *J. Fluid. Mech.* **88**, 223-240.
- Campbel, C. S., et Gong, A.**, 1986, The stress tensor in a two-dimensional granular shear flow, *J. Fluid. Mech.* , 164, pp=107-125.
- Chen, C. P., and Wood, P. E.**, 1985. A turbulence closure model for dilute gas particle flows. *Canadian J. Chem. Engng.*, **63**(3), 349-360.
- Haff, P.K.**, 1993, "Grain flow as a fluid-mechanical phenomenon", *J. Fluid. Mech.*, **134**, 401-430.

- Hallworth, M. A., Phillips, J. C., Huppert, H. E., and Sparks, R. S. J.** 1996. Entrainment into two-dimensional and axisymmetric turbulent gravity currents. *J. Fluid Mech.* **308**, 289-311.
- Hallworth, M. A., Phillips, J. C., Huppert, H. E., and Sparks, R. S. J.** 1993. Entrainment in turbulent gravity currents. *Nature* **362**, 829-831.
- Hanes, D. M. et Inman, D. L.**, 1985, Observations of rapidly flowing granular-fluid mixtures, *J. Fluid. Mech.*, 150, pp=357-380.
- Hermann, F., Hutter, K.** 1991. Laboratory experiments on the dynamics of powder-snow avalanches in the run-out zone. *Journal of Glaciology*, **37**(126), 281-295.
- Hermann, F., Issler, D. and Keller, S.** 1993. Numerical simulations of powder-snow avalanches and laboratory experiments on turbidity currents. *Proceedings of the 'Pierre Beghin' international workshop on rapid gravitational mass movements*. G. Brugnot Ed., Cemagref Editions, 137-144.
- Hinze, J.O.**, 1975, *Turbulence*, MacGraw-Hill, 2nd Edition.
- Hopfinger E. J., Tochon-Danguy J. C.**, 1977, A model study of powder snow avalanche, *Journal of Glaciology*, vol.19, p.343-356.
- Huppert H. E. and Simpson J. E.** 1980. The slumping of gravity currents. *J. Fluid. Mech.* **90**, 785-799.
- Jenkins, J. T. et Richman, M. W.**, 1985, Grad's 13-moment system for a dense gas of inelastic spheres, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 87, pp:355-377.
- Jenkins, J. T. et Savage, S. B.**, 1982, A theory for the rapid flow of identical smooth, nearly elastic particles, *J. Fluid Mech.*, Vol. 130, pp. 187-202.
- Johnson, P. C., et Jackson, R.**, 1987, Frictional collisional constitutive relations for granular materials, with application to plane shearing, *J. Fluid. Mech.*, 176,67-93.
- McClung, D. and Schaerer, P A.**, Determination of avalanche dynamics, friction coefficients from measured speeds, *J. Glaciology*, 20, (94) 109-120
- Middelton, G., V., and Hampton, M. A.**, 1976; Subaqueous sediment transport and deposition by sediment gravity flows, in : Stanley, D. J. and Swift, D. J. P., (eds.), *Marine sediment transport and environmental management* (Wiley, New York), 197-218
- Naaim M., Brugnot G.**, 1996, Contribution of powder snow avalanche modeling to avalanche zoning in France, *Proceeding of the International Symposium of Snow and Avalanche research, Snow as a physical, Ecological and Economical Factor*, W. Amman Ed, Switzerland, November 96. (in press).
- Naaim M., Martinez H.**, 1995, Experimental and theoretical determination of concentration profiles and influence of particle characteristics in blowing snow, *Surveys in Geophysics*, **16**, pp: 695-710.
- Naaim, M.**, 1995, Modélisation numérique des avalanches aérosols, *Revue Internationale de l'Eau la Houille Blanche*, 5/6, pp: 56-62.
- Naaim, M., et Gurrer, I.** 1997, Two phases flows modeling pour dray snow avalanches, *J. Nat. Hazards*, Vol. 18. (in press).
- Naaim, M., Naaim-Bouvet, F., Martinez, H.**, 1997, "Snow drift modeling : erosion and deposition models, *Annals of Glaciology* (26), 212-216.

- Nishimura, K.**, 1990, Studies on the fluidized snow dynamics (thesis), Inst. of Low Temp. Science, Sapporo.
- Norem, H., Locat, J., and Schieldrop, B.**, 1989, An approach to the physics and the modelling of submarine flowslides, Norwegian Geotechnical Institute, Reports 522090-2. Also in Marine Geotechnology, Vol. 9, No 2, 1991.
- Norem, H., Irgens, F., and Schieldrop, B.**, 1987, A continuum model for calculating snow avalanche velocities, Proc. of avalanche formation, Movement and effects, Davos, 1986, IAHS Publ., 162, 363-379.
- Norem, H., Irgens, F., and Schieldrop, B.**, 1989, Simulation of snow avalanche flow in run-out zones, Annals of Glaciology no. 13.
- Norem, H., Tronstad, K., and Kristensen, Kr**, 1985-1989, The Ryggfonn project. Avalanche data from the 1983-1989 winters, Norwegian Geotechnical Institute, Reports 58120-6, 7, 8, 10, 11, 13 and 15.
- Pasquarell, G. C.**, 1988, collisional stress in granular flows: Bagnold revisited, J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 114, 49-64.
- Savage, S. B.**, 1984, The mechanics of rapid granular flows, Advances in Applied Mechanics, Vol 24 (ed T.W. Wu, J. Hutchinson), 289-366.
- Savage, S.B., et Sayed, M.**, 1984, Stresses developed by dry cohesionless granular materials in an annular shear cell, *J. Fluid Mech.*, Vol. 142, pp. 391-430.
- Savage, S.B., Hutter, K.**, 1989, "The motion of a finite mass of granular material down a rough incline", *J. Fluid. Mech.*, **199**, 177-215.
- Savage, S.B., Hutter, K.**, 1989, The motion of a finite mass of granular material down a rough incline, *J. Fluid Mech.*, Vol. 199, pp. 177-215.
- Savage, S.B., Sayed, M.**, 1984, Stresses developed by dry cohesionless granular materials sheared in an annular shear cell? *J. Fluid. Mech.*, 142, pp=391-430.
- Simpson J. E. and Britter R. E.** 1979. The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface. *J. Fluid. Mech.* **94**, 477-495.
- Simpson. J. E.** 1987. *Gravity Currents in the Environment and in the Laboratory.* New York, Ellis Horwood Limited.
- Vollemy, A.**, 1955, " Uber die Zerstörungskraft von Lawinen, Schweizerische Bauzeitung, **73**, 159-165.
- Walton, O. R., et Braun, R.L.**, 1986, Stress calculations for assemblies of inelastic spheres in uniform shear, *Acta. Mech.* **63**, 73-86.

Rhéologie des boues de stations d'épuration

Comportement au stockage et à l'épandage

Rheological characteristics of sewage sludge
manure storage and spreading behaviours

Jean-Christophe BAUDEZ

Cemagref - Domaine des Palaquins, 03150 Montoldre

E-mail : jean-christophe.baudez@cemagref.fr

Résumé : les boues résiduelles pâteuses sont des matériaux au comportement complexe. Mises en tas, elles s'affaissent sous leur propre poids, et, soumises à des contraintes extérieures, elles s'écoulent et s'émiettent difficilement. Afin d'améliorer les procédés de stockage et d'épandage, une étude du comportement mécanique de ces boues est menée depuis peu. Ainsi, après avoir décrit la filière de production des boues pâteuses, nous situons le matériau considéré, du point de vue de ses constituants, par comparaison avec d'autres, dans le domaine des suspensions. Les variables explicatives paraissant les plus pertinentes sont ensuite extraites et reliées aux phénomènes physiques pouvant régir le mouvement à l'échelle microscopique. Enfin, deux échantillons sont observés, dans le cadre de la mise au point de notre démarche expérimentale

Abstract: Pasty waste sludges are materials which have a complex behaviour. When stored in heaps, the sludges will collapse due to their own weight. When exposed to external stresses, the sludges will flow and break up with difficulty. In order to improve the storage and spreading processes, a research of mechanical characteristics of these sludges has been initiated. After having described the production processes of pasty sludges, the paper places the material among the suspensions according to its constituting elements. In order to explain the sludges behavior, most significant parameters are selected and connected to physical phenomena which may be involved in the microscopic motions of the elements. Lastly rheological measurements on two samples of sludge are examined in order to evaluate the feasibility of this method.

Jusqu'à très récemment, l'impact environnemental d'une station d'épuration était défini par la qualité des eaux rejetées en fin de filière. Les produits résiduels de dépollution étaient alors simplement mis en décharge. Aujourd'hui, ces sous-produits font intégralement partie de la filière de dépollution, et, à ce titre, l'exploitant de la station d'épuration est désormais responsable de leur devenir. Ainsi, l'utilisation des boues en agriculture s'inscrit dans le cadre de la politique de valorisation des déchets, car elle permet de réincorporer des éléments fertilisants dans les cycles de production. Mais, pour être pérenne, la valorisation agricole doit être effectuée dans des conditions techniques irréprochables, aptes à garantir une efficacité suffisante vis à vis des cultures, et l'innocuité vis à vis des utilisateurs. Or, les problèmes essentiels, en dehors du travail requis par les opérations de déshydratation, sont liés à la reprise et à l'épandage des boues déshydratées. Les agriculteurs, soucieux d'une bonne maîtrise technique, souhaitent que la répartition des boues sur la parcelle soit la meilleure possible. Il est donc nécessaire que l'épandeur utilisé disperse les

boues de façon homogène, tant longitudinalement que transversalement. Sur ce point, l'épandage des boues pâteuses pose de gros problèmes d'émiettement, qui se traduisent par une répartition aléatoire des intrants organiques. Notre objectif est donc d'améliorer les techniques d'épandage des boues pâteuses, ce qui passe par une étude des déformations subies par la boue au cours du processus. Pour aboutir, il est nécessaire de connaître les lois de comportement des boues résiduaire, afin de modéliser l'écoulement à l'intérieur de l'épandeur, ainsi qu'en sortie, sur la table d'épandage et de déterminer celles qui, d'un point de vue physique, sont épandables.

1. La valorisation agricole des boues

1.1. Etat des lieux

Une conséquence directe de la Directive Européenne sur l'assainissement des agglomérations est le doublement, au minimum, de la production de boues de station d'épuration, d'ici dix ans. En France, la production devrait passer de 800 000 tonnes de matière sèche par an à 1 300 000 tonnes de MS. Pour l'union européenne, on devrait passer de 7 000 000 de tonnes à 15 ou 20 000 000 de tonnes. De plus, en 2002, les décharges seront fermées à tous les produits humides contenant des matières organiques. Par conséquent, pour l'élimination des boues, l'agriculture arrive en première ligne. En effet, au niveau du coût, la valorisation agricole revient à 1000 F/t de MS (ce qui inclut le transport, l'épandage, le stockage intermédiaire, le contrôle analytique et un suivi agronomique), tandis que l'incinération approche les 3000 F/t de MS. La méthode la plus économique est l'incinération conjointe des boues et des ordures ménagères (550 à 650 F/t de MS) mais cette technique exige une taille minimale de l'installation pour être réalisée dans des conditions techniques et économiques raisonnables. Or, en France, le parc de stations d'épuration est énorme, avec plus de 10.000 unités. Toutefois, la filière de la valorisation agricole des boues est une filière fragile. On dénombre plusieurs éléments faibles, qui sont :

- le stockage en station ;
- la maîtrise des apports de toxiques d'origine industrielle ;
- les techniques de déshydratation ;
- la formation des exploitants de STEP ;
- (et surtout) l'inadéquation des matériels d'épandage aux différents types de boues.

D'autres facteurs viennent encore fragiliser la filière. En effet, d'autres déchets concurrencent les boues, et on assiste à une réticence croissante des populations riveraines (le syndrome NIMBY : Not In My Back Yard), à une réticence des agriculteurs (l'épizootie récente de la vache folle), parfois poussés par les groupes agro-alimentaires (Bonduelle, Carrefour

exigeant 10 ans de rétroactivité) ou par certains syndicats (l'Association Générales des Producteurs de Blé). Par conséquent, l'offre augmente, et la demande diminue. Il apparaît donc nécessaire de produire des boues de qualité, mais sans compromettre l'équilibre économique. Dans cette optique, la boue devient un sous-produit à part entière des stations d'épurations, fabriquée selon un cahier des charges précis.

1.2. Contraintes

Trois grands domaines entrent en considération dans la production des boues. Elles doivent avoir un intérêt agronomique, être faciles d'utilisation, et présenter des risques limités. Par facilité d'utilisation, on entend qu'une boue doit pouvoir être stockée, reprise, transportée et épandue facilement. La connaissance de sa siccité (teneur en MS) est importante, mais son adhérence, sa friabilité, sa viscosité sont également importantes. Ces caractéristiques sont souvent désignées par le terme « structure ».

L'élément le plus important est la qualité des boues. On estime actuellement que seulement 20 à 30% des boues sont valorisées conformément à la norme U44-401. Cette norme fixe des valeurs limites à respecter pour huit éléments métalliques dans les boues valorisables en agriculture et pour les sols aptes à recevoir des boues, ainsi que les règles de conduite des épandages. Par conséquent, le premier point à démontrer est l'innocuité des boues et leur intérêt en agriculture. Sur le plan agronomique, les boues sont des fertilisants organiques, mais la matière organique apportée à un effet isohumique nul (minéralisation rapide), ce qui signifie que le taux d'humus des sols ne remonte pas après un épandage. Par conséquent, l'épandage doit être pratiqué uniquement lorsque les cultures sont susceptibles d'utiliser les boues, ce qui signifie que le stockage a un rôle primordial. Or, sur ce plan, le parc français est sous-équipé. Autre point à améliorer : l'adéquation de l'équipement à l'épandage. Par exemple, les boues pâteuses (10 à 30% de MS) apportées avec un épandeur à fumier se déposent par paquets sur le sol, entraînant au labour soit une asphyxie, soit un excès de matière organique. De cette observation découle le problème du suivi agronomique et de sa justesse : sur quelle zone prélever un échantillon pour une analyse de sol ?

2. La production de boue

Le traitement des eaux usées a pour résultat de produire une eau propre, apte à être rejetée dans le milieu naturel, en faisant appel aux procédés de séparation liquide-solide. Les phénomènes physiques, physico-chimiques et biologiques mis en jeu permettent de concentrer les éléments polluants et

leurs produits de transformation dans des suspensions plus ou moins concentrées dénommées « boues ». Ces sous-produits, solides, se caractérisent principalement par leur siccité, leur teneur en éléments minéraux et organiques, et leur forme physique. Il est à noter que les éléments polluants souillant l'eau ne se retrouvent dans les boues que s'ils sont effectivement extraits de l'eau à rejeter. Par exemple, toutes les stations ne sont pas équipées pour opérer une déphosphatation, ce qui implique que certaines boues contiennent plus d'éléments dérivés du phosphore que d'autres, simplement à cause des étapes entreprises dans la filière eau. La caractérisation des boues résiduelles commence donc dès la filière eau.

2.1. La filière eau

Elle interfère sur la filière boue, au niveau de ses performances et de la masse produite, selon les types de traitement considérés : biologique ou physico-chimique. La filière physico-chimique fait intervenir des étapes de décantation et de coagulation-floculation pour l'emploi de réactifs minéraux et de polyélectrolytes, tandis que la filière biologique utilise des bactéries (par boues activées ou lits bactériens) qui consomment la pollution carbonée. Selon le traitement et les étapes mis en oeuvre au niveau des eaux usées, on peut distinguer cinq classes de boues.

Boue de classe A	<ul style="list-style-type: none">• boues primaires• boues primaires physico-chimiques• boues de forte et très forte charge¹
Boue de classe B1	<ul style="list-style-type: none">• boues biologiques en eau brute :<ul style="list-style-type: none">* boues de faible charge* boues d'aération prolongée
Boue de classe B2	<ul style="list-style-type: none">• boues biologiques en eau décantée :<ul style="list-style-type: none">* boues de faible charge* boues de moyenne charge
Boue de classe C	<ul style="list-style-type: none">• boues mixtes de type A+B2
Boue de classe D	<ul style="list-style-type: none">• boues stabilisées biologiquement :<ul style="list-style-type: none">* boues de digestion anaérobie mésophile* boues de stabilisation aérobie thermophile

Tableau 1 : Les différentes classes de boues (source OTV)

En France, au niveau des petites et moyennes stations d'épuration rurales, la filière biologique en eau brute est la plus répandue.

¹ la charge applicable est la quantité de matière sèche (produite par équivalent habitant, en fonction du type de traitement) par unité de surface. Un équivalent habitant est considéré comme produisant 60 g de DBO₅ par jour.

2.2. La filière boue

La filière boue se définit selon plusieurs critères qui sont :

- le niveau de siccité souhaité ;
- le degré de stabilisation recherché ;
- la nature des boues à traiter ;
- les coûts d'investissements ;
- les coûts d'exploitation.

L'objectif principal d'une filière boue est la réduction des nuisances, que ce soit l'élimination des odeurs (par stabilisation) ou les réductions de masse et de volume (par épaissement et déshydratation). Les grandes étapes sont représentées sur la figure suivante.

D'autres étapes peuvent venir se greffer sur ce schéma, telles que le conditionnement initial ou le séchage final, mais la majorité des petites et moyennes stations d'épuration rurales (l'essentiel du parc français), se limitent à cette architecture, essentiellement pour des raisons de coûts. Les boues ainsi produites sont liquides ou pâteuses, selon la technique de déshydratation employée, et sont valorisables en agriculture. Si les boues liquides ne posent que peu de problèmes, hormis sur le plan des énormes volumes à stocker, il en est tout autre pour les boues pâteuses, tant au niveau de l'épandage (cf. § 1.2.) que pour le stockage, où la mise en tas s'avère plus que délicate. Notre objectif est donc d'étudier le comportement des boues pâteuses, au stockage et à l'épandage. Nous allons donc commencer par étudier un peu plus en détails leur mode de production.

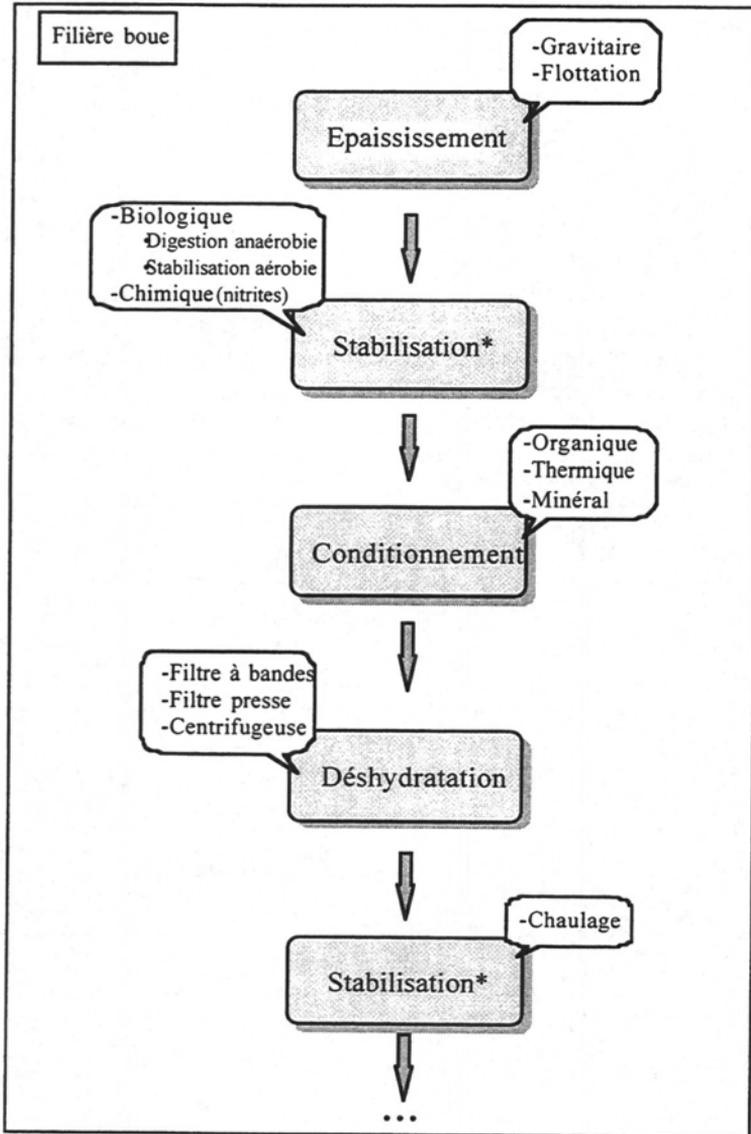


Figure 1 : principe d'une filière boue

2.3. Les boues pâteuses

2.3.1. Principe de production

La filière de production des boues pâteuses est fréquemment mise en place dans les usines de tailles moyennes. Après avoir été épaissie, et éventuellement stabilisée en phase liquide, la boue est déshydratée, selon trois modes mécaniques très répandus, qui sont le filtre à bandes presseuses, le filtre-pressé et la centrifugeuse. Pour information, quelques autres techniques existent, comme les lits de sable, mais ne sont pratiquement plus utilisées. Par conséquent, nous ne nous intéresserons pas à celles-ci. Le graphique ci-après décrit la filière de traitement des boues pâteuses.

Les propriétés mécaniques des boues apparaissent à la fois liées à leur humidité et à leur structure, c'est à dire aux interactions qui existent entre les grains de matières solides constitutifs. De fait, en évacuant l'eau interstitielle de la matrice boueuse, on oblige les particules solides à se rapprocher, et donc à interagir plus fortement. Selon la teneur en eau finale et la taille des particules solides, les interactions dominantes peuvent être très différentes d'une boue à l'autre. Les différentes techniques de déshydratation pourraient alors commander le comportement mécanique de la boue. Des travaux sur la déshydratation des boues ont par exemple montré que les boues résiduaires suffisamment épaisses avaient un comportement non newtonien, à seuil, et souvent thixotrope (*Campbell et Crescuolo, 1982; Colin, Cornier, Daniel, Jacquart, Mathian et Braunstein, 1976*). Plusieurs modèles ont alors été proposés pour décrire le comportement d'un tel matériau, et les plus courants sont de trois types :

- Herschel-Bulkley (*Johnson, 1961; Mulbarger et al., 1981*)
- Ostwald pseudo-plastique (*Hatfield, 1938; Behn, 1962; Valioulis, 1980*)
- Bingham plastique (*Babbitt, 1939; Geinopolos et Katz, 1964, Frost et Owens, 1982, Spinosa et al., 1989*)

Dans les paragraphes suivant, nous allons donc décrire les avantages et inconvénients des trois modes de déshydratation mécanique.

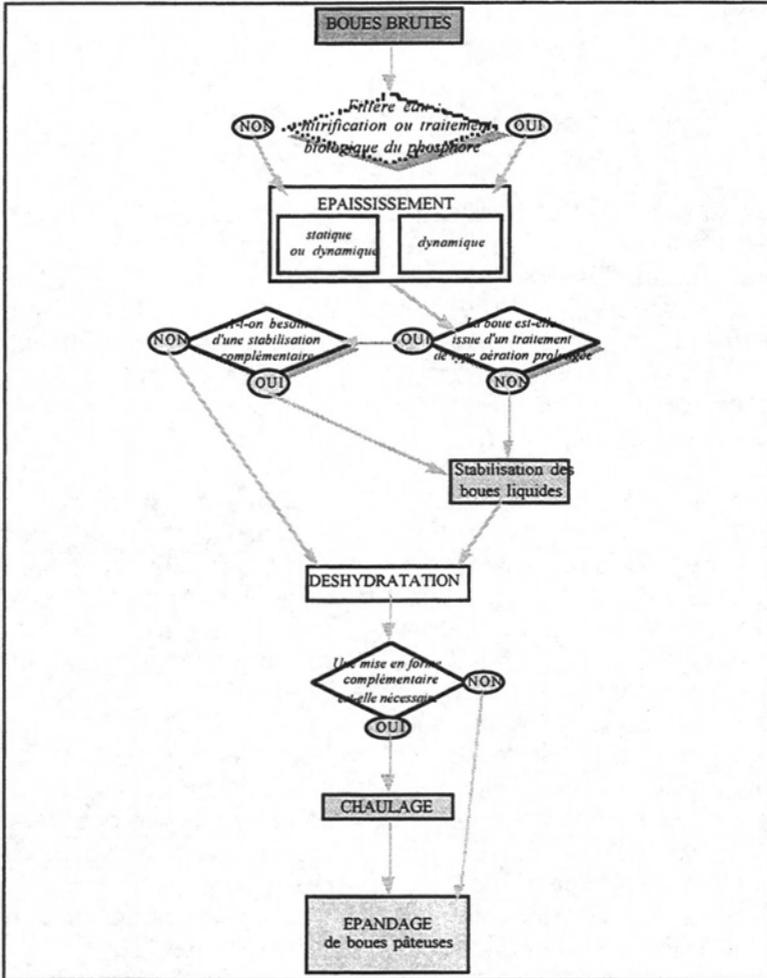


Figure 2 : la production de boue pâteuse

2.3.2. La déshydratation mécanique des boues

2.3.2.1. Le filtre à bandes presseuses

Le principe du filtre à bandes presseuses est la filtration sous pression progressive, en comprimant la boue au moyen de rouleaux entre une bande filtrante et une bande presse. Le processus comporte les étapes suivantes :

- floculation avec des polyélectrolytes
- égouttage sur un support filtrant de l'eau interstitielle libérée
- pressage de la boue drainée, entre deux toiles qui la compriment progressivement.

2.3.2.2. Le filtre presse

C'est un appareil qui permet de filtrer des boues en chambre étanche sous des pressions de l'ordre de 5 à 15 bars. Il fonctionne en discontinu. Les boues à traiter sont introduites sous pression, au moyen d'une conduite centrale, entre des plateaux verticaux évidés. Ces plateaux sont revêtus, sur leurs deux faces cannelées, de toiles filtrantes de mailles assez fines (10 à 300 μm).

2.3.2.3. La centrifugeuse

Le principe, qui relève de la loi de la pesanteur, peut être assimilé à une sédimentation accélérée, en raison de l'augmentation artificielle du champ de gravitation par l'action de la force centrifuge (environ 2000 g). La centrifugation est utilisée sur des boues flocculées, souvent à l'aide de polymères de synthèse.

2. 4. Un complément : le chaulage

Le chaulage, quand il est pratiqué, remplit deux fonctions principales :

- la stabilisation
- l'hygiénisation de la boue.

Il permet aussi d'en améliorer la siccité et la texture. En effet, par effet conjoint du mélange de la boue avec un produit sec et (en cas d'utilisation de chaux vive) de l'évaporation de l'eau et de sa transformation en eau de constitution de la chaux éteinte, on réalise une action déshydratante poussée.

3. Les axes de recherche

Comme nous l'avons signalé au début du document, notre objectif est d'une part de déterminer les boues physiquement épandables, et d'autre part, comprendre les phénomènes mis en jeu au cours de l'épandage de ces boues. La première étape va donc consister à explorer les différentes filières, à échantillonner plusieurs catégories de boue, allant de l'épandable à la non épandable, et chercher des familles de loi de comportement. C'est l'objet de la rhéologie. Afin de débiter nos travaux sur des bases assez stables, nous allons au préalable tâcher de situer la boue par rapport à d'autres matériaux ayant déjà fait l'objet d'études rhéologiques.

3.1. Les éléments composant la boue

Avant d'être épurée, l'eau usée subit un prétraitement (dégrillage-tamissage-dessablage) qui consiste à la débarrasser de ses éléments les plus grossiers. L'eau à traiter est ainsi débarrassée des particules lourdes d'une taille supérieure à 0.2 mm, avec un rendement maximum de 80%. Les éléments grossiers ainsi récupérés ne sont pas réintroduit dans la filière boue, mais évacués vers un centre de stockage. Par conséquent, par référence à la classification usuelle de la mécanique des sols, les boues sont composées d'éléments fins, majoritairement de taille inférieure à 0.2 mm. Une granulométrie sur chaque échantillon traité devra néanmoins confirmer ce fait. On peut donc s'attendre à trouver dans la boue, en majorité, des argiles, des limons et des sables fins, c'est à dire un mélange de particules colloïdales et de particules non colloïdales dans de l'eau. Les interactions dominantes que l'on est en droit d'attendre dans ce type de mélange sont de plusieurs types :

- brownienne ;
- hydrodynamique ;
- colloïdale ;
- effet d'entassement.

Au vu de ces informations, la boue résiduaire peut se définir comme une suspension concentrée dans une dispersion concentrée. De plus, selon *Mewis et Spaull*, (1976), les dispersions ont des propriétés rhéologiques plus complexes que les suspensions modérément concentrées de particules non colloïdales. Les principales sont énoncées ci-dessous :

- seuil de contrainte : la structure des dispersions peut être décrite en utilisant la théorie de la percolation (*Stauffer, 1985*) : pour une faible concentration, Φ , les particules forment une structure en grappes, et si $\Phi > \Phi_c$, où Φ_c est le seuil de percolation, elles forment alors un réseau continu. Dans le cas des boues (*Coussot et al., 1993*), les dispersions se comportent comme des solides élastiques ;
- rhéofluidité : ce phénomène est du à l'énergie dissipée par les ruptures des liaisons et leurs restaurations qui n'augmente pas significativement avec la vitesse de cisaillement. Une explication possible est donnée par la diminution du volume d'eau liée pendant le cisaillement. *Colin (1970)* montre que la viscosité apparente d'une boue résiduaire n'est pas constante et qu'elle décroît graduellement pour des contraintes de cisaillement croissantes. Selon lui, la variation de la viscosité apparente ne peut s'expliquer que par une variation de la fraction volumique des particules en suspension : sous une contrainte donnée, les agrégats de particules se disloquent, l'eau emprisonnée est libérée, et donc la

fraction volumique diminue. La fin du processus se manifeste par une viscosité apparente constante ;

- thixotropie : les phénomènes de thixotropie ont d'abord été considérés par *Freundlich et ses collaborateurs, (1936)*, alors qu'ils étudiaient le comportement pendant l'écoulement de suspensions dans des fluides newtoniens. Des équations monodimensionnelles basées sur la vitesse ont été proposées par *Ruckenstein et Mewis, (1973)*, et par *Cheng, (1973)*, pour expliquer ce comportement thixotropique. Une approche différente a été utilisée par *Slibar et Paslay, (1959)*, avec l'introduction d'une variable seuil dépendant du temps, pour modéliser le comportement thixotropique de tels matériaux ;
- élasticité : de nombreux matériaux sont appelés élastoplastiques dans le sens où, lorsque la contrainte cesse, dans la configuration finale, ils ne reviennent qu'à une position d'équilibre intermédiaire. Cette partie qui revient à l'état d'équilibre est appelée déformation élastique et ce rétablissement est supposé avoir lieu sans aucun écoulement plastique supplémentaire. La partie ne revenant pas à l'équilibre est la déformation plastique.

Bien que la théorie élastoplastique décrive le comportement de nombreux matériaux de manière satisfaisante sous une large gamme de contraintes, elle reste malgré tout une approximation. Quelques modèles mathématiques simples de matériaux viscoplastiques ont été développés, (*Wang, 1973, Needleman, 1989*) : ils retiennent le concept d'une condition de seuil statique, et le comportement viscoplastique est attribué à un excès de contrainte au dessus du critère de seuil statique.

3.2. Les effets des traitements physico-chimiques

Dans les trois cas de déshydratation mécanique, la boue subit au préalable un traitement physico-chimique de conditionnement pour améliorer sa « traitabilité ». Mais le comportement du matériau dépend directement du traitement effectué. Plusieurs auteurs (*Colin, 1982; Frost, 1983*) ont en effet mis en évidence un lien entre les propriétés rhéologiques et :

- I. la structure de la boue,
- II. l'adaptation de la boue à différents traitements.

Or, en ce qui concerne les traitements physico-chimiques des boues, on a noté que les méthodes de conditionnement influencent le comportement rhéologique (*Campbell et Crescuolo, 1982*). Ainsi, il a été constaté que, sur une même boue, une dose croissante de polymère augmente la contrainte de cisaillement pour une même vitesse de cisaillement, avec, à forte dose,

l'apparition d'une bosse sur le rhéogramme. Par contre, au delà de cette bosse, quelque soit l'excès de polymère, le rhéogramme ne varie plus.

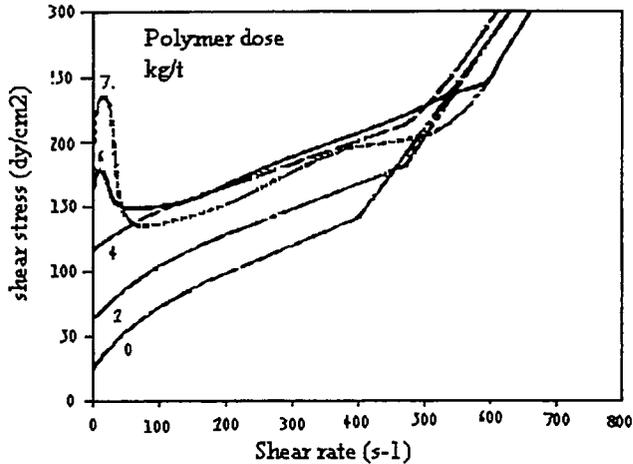


Figure 3 : effet du dosage d'un polymère sur la rhéologie des boues (Campbell et Crescuolo)

Or, en pratique, au niveau de la station d'épuration, les boues sont déshydratées par adjonction de flocculant ou autre produit chimique. Et cette phase est souvent faite de manière empirique, « à la louche ». Dans le meilleur des cas, la dose ajoutée est ajustée quotidiennement, mais pas davantage.

3.3. Pourquoi la déshydratation serait elle importante?

Comme nous l'avons précédemment expliqué, les différentes techniques de déshydratation mécanique ont chacune leurs performances propres, ce qui implique des taux de matière sèche, et donc des concentrations volumiques différentes. Plus la déshydratation sera performante et efficace, plus la concentration volumique sera élevée. Dans ces conditions, des contacts directs entre particules peuvent se produire entre des particules solides, pouvant aller dans certains cas jusqu'à la formation d'un réseau continu de particules à travers tout le volume de l'échantillon. Cet état n'est possible que si des forces suffisantes agissent sur les particules, puisque des forces normales, résultantes de leurs mouvements relatifs, tendent généralement à les éloigner. Dans les floccs granuleux, une pression spécifique due aux contacts entre particules existe et il devient alors nécessaire d'appliquer une contrainte déterminée non nulle pour casser le réseau continu et permettre ainsi au fluide de s'écouler. Des résultats expérimentaux récents, (Coussot et Piau, 1994), tendent à démontrer qu'il existe une concentration limite au

delà de laquelle la suspension possède un seuil de contrainte. *Coussot et Piau (1994)* ont montré que la courbe représentant la valeur du seuil de contrainte en fonction de la concentration solide possède une asymptote verticale. Par analogie avec la théorie de la percolation, (*de Gennes, 1979*), il a été suggéré que la transition fluide-solide se produit dans la formation du réseau de contacts entre particules. Pour des concentrations solides élevées, le type d'interactions dominantes pendant l'écoulement peut aussi bien provenir des contacts directs que des dissipations visqueuses à l'intérieur du fluide interstitiel. Selon *Coussot, (1992)*, en régime permanent, pour une vitesse de cisaillement croissante, le type d'interactions prédominantes change progressivement. Aux faibles vitesses, les frictions entre particules prédominent et celles-ci forment une configuration « compactée », tandis qu'aux vitesses rapides, les effets dus à la viscosité du fluide interstitiel prédominent, et les particules forment une configuration « espacée ».

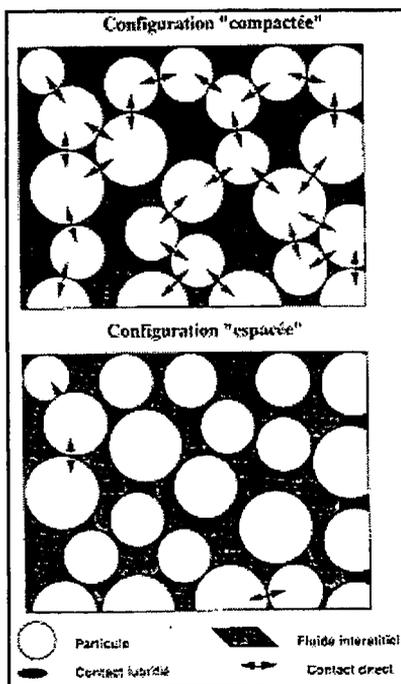


Figure 4 : les configurations du réseau interparticulaire

Lorsque ces changements de configuration ne sont pas instantanés, des effets thixotropiques peuvent être observés. Enfin, lorsque la concentration solide est très importante, une valeur minimum de la contrainte de cisaillement est observé sur le graphe représentant la courbe d'écoulement

(Coussot et Piau, 1994) : la courbe d'écoulement est d'abord décroissante, avant de redevenir croissante au delà d'une valeur critique.

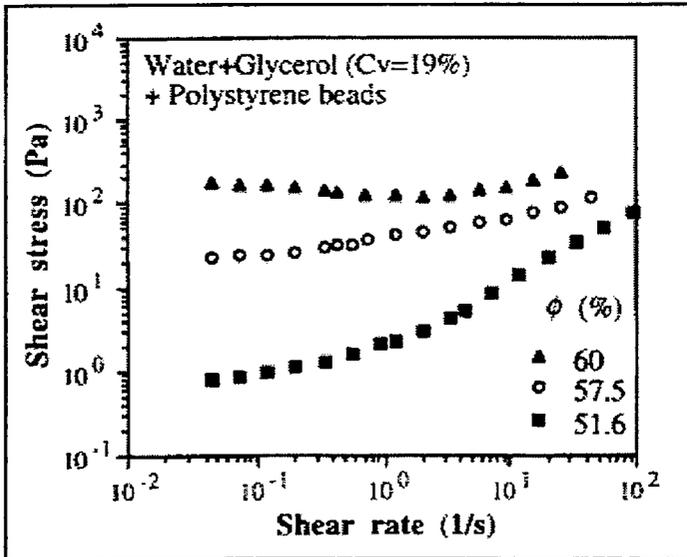


Figure 5 : courbe d'écoulement en fonction de la concentration volumique

Les auteurs expliquent cette tendance par un changement suffisamment rapide dans la configuration pour des vitesses de cisaillement croissantes, avec un fluide interstitiel de basse viscosité : aux faibles vitesses de cisaillement, à cause des frottements entre particules dans la configuration « compactée », une contrainte élevée est nécessaire pour amorcer l'écoulement. Ensuite, avec l'énergie dissipée par les ruptures des liaisons et leurs restaurations qui n'augmente pas significativement avec la vitesse de cisaillement, des phénomènes de rhéofluidité peuvent se produire.

3.4. Premières observations

Remarque : les résultats qui suivent ne sont le fruit que de deux observations. Ils illustrent les propos précédents, ouvrent des idées de débat, indiquent des directions à suivre, mais ne peuvent faire l'objet de conclusions quant au comportement des boues résiduelles, plusieurs paramètres, comme les variations journalières ou saisonnières, n'ayant pas encore été étudiés.

Nous avons, pour commencer, sélectionné deux types de boue (Moulins et Saint-Germain-des-Fossés), provenant de deux stations d'épuration utilisant la même filière : filière biologique pour le traitement des eaux usées, et

déshydratation par filtre à bandes presseuses. La différence entre nos deux échantillons tient au fait que dans un cas, (Moulins), une hygiénisation par chaulage est effectuée. Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques des effluents étudiés.

Station	MS	Cv	masse vol. (kg/m ³)	pH
Moulins	36.7%	32%	1210	7.5
St-Germain	11.2%	9.4%	1215	6.1

Tableau 2 : caractéristiques des STEP étudiées

Nous avons utilisé un rhéomètre PAAR PHYSICA pour nos mesures. Celles qui suivent ont été établies en vitesse contrôlée, avec un système à plans parallèles distants de 3 mm. De plus, pour éviter des phénomènes perturbateurs de l'écoulement tels que le glissement aux parois, plusieurs fois observé, nous avons recouvert les outils de mesure avec des surfaces rugueuses. Pendant l'expérience, nous avons fait varier le gradient de vitesse de 0.25 s⁻¹ à 300 s⁻¹. La courbe d'écoulement obtenue est représentée ci-dessous.

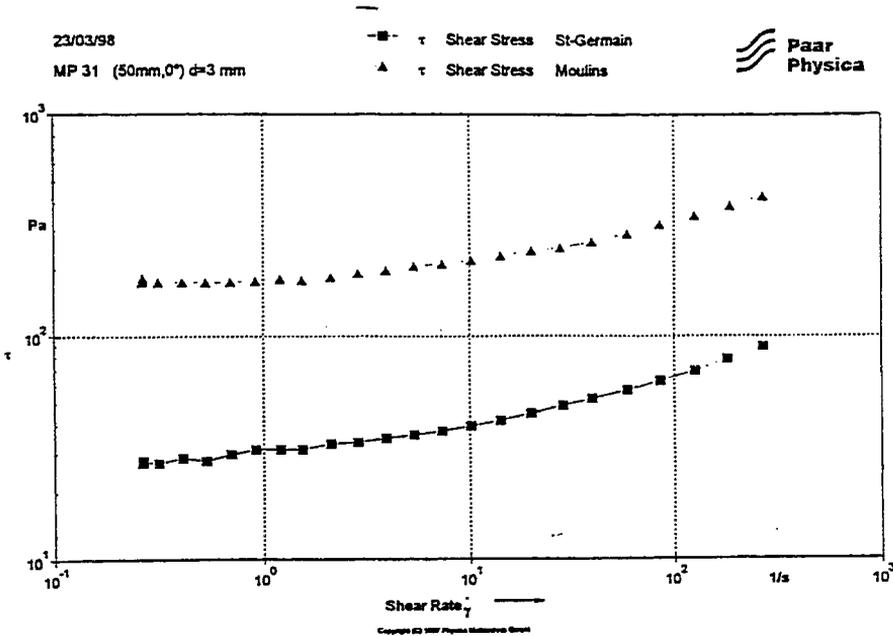


Figure 6 : courbe d'écoulement des boues de Moulins et de St-Germain des Fossés

Au paragraphe 2.3.1, nous avons cité les trois modèles les plus fréquemment rencontrés dans les études rhéologiques des boues résiduaires. Nous avons donc cherché à caler chacun de ces trois modèles (Bingham, Herschel-Bulkley et Ostwald) sur les deux courbes d'écoulement obtenues. Pour les deux stations, le modèle de Herschel-Bulkley se rapproche le plus de la courbe observée. On obtient respectivement :

$$\tau = \tau_0 + \eta \cdot \dot{\gamma}^p \text{ avec :}$$

	τ_0	η	p	R_{xy}
Moulins	164.9	16.8	0.5	0.99
St-Germain	24.0	5.95	0.4	0.99

Tableau 3 : paramètres du modèle théorique pour chaque station

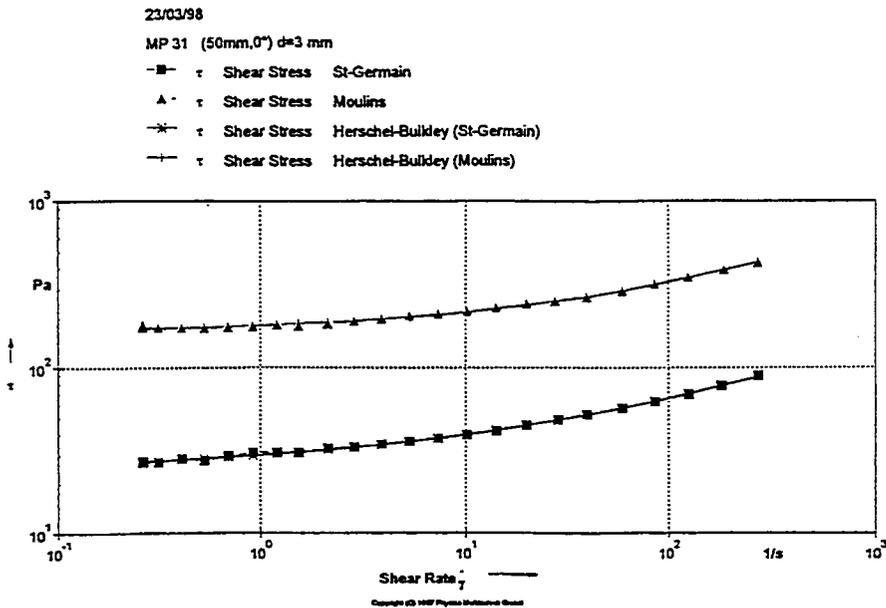


Figure 7 : calage d'un modèle de Herschel-Bulkley sur les courbes d'écoulement

En l'état actuel de nos connaissances, nous ne pouvons encore rien dire, si ce n'est que les échantillons de boue prélevés dans les stations d'épuration

de Moulins et de Saint-Germain-des-Fossés ont un comportement de type Herschel-Bulkley sur la gamme de gradient de vitesse [0.25;300 s⁻¹].

4. Conclusion

Les filières de traitement des eaux usées font intervenir de nombreux paramètres pour aboutir à une eau propre de qualité. Les résidus de dépollution sont eux-mêmes traités sur une chaîne spécifique pour aboutir à un produit final, au comportement complexe. Comparée aux différents matériaux ayant fait l'objet d'études rhéologiques, la boue résiduaire pâteuse peut se définir comme une suspension concentrée dans une dispersion concentrée. Une analyse bibliographique des phénomènes microscopiques susceptibles de régir le comportement mécanique de la boue nous incite à privilégier l'étape de déshydratation et ses variantes dans notre recherche des paramètres clés. Les deux échantillons étudiés n'infirment pas cette hypothèse. Des mesures sur un nombre significatif d'échantillons, d'horizons divers, nous permettront peut être de la valider.

Bibliographie

- Babbit, H., E.**, 1939. Laminar Flow of Sludges in Pipes with Special Reference to Sewage Sludge. Eng. Experimental Station, Univ. of Illinois, Urbana, USA.
- Behn, V. C.**, 1962. Experimental Determination of Sludge Flow Parameters. J. of Sanitary Eng. Div., Proceedings of ASCE, SA3, 39-54.
- Campbell, H., W., Crescuollo, P. J.**, 1982. The Use of Rheology for Sludge Characterization. Wat. Sci. Tech., 14, 475-489.
- Cheng, D. C. H.**, 1973. A Differential Form of Constitutive Relation for Thixotropy. Rheol. Acta, 12, 228-233.
- Colin, F.**, 1970. Application des Techniques Rhéologiques à l'Etude des Boues Résiduaire. La Tribune du CEBEDEAU, 23, 178-187.
- Colin, F., Comier, J., C., Daniel, J., L., Jacquart, J., C., Lefort, D., Mathian, R., Braunstein, J., P.**, 1976. Caractérisation des Boues Résiduaire. Travaux Français dans le cadre de l'action européenne. Tech. Sci.Mun., 1, 3-23.
- Coussot, P.**, 1992. Rhéologie des Boues et Laves Torrentielles, Etude de Dispersions et Suspensions Concentrées. Thèse de Doctorat, 415 p.
- Coussot, P., Piau, J. M.**, 1994. Rheology of very Concentrated Suspensions of Force-free Particles. Les cahiers de Rhéologie, XIII, 266-277.

- de Gennes, P. G.**, 1979. Conjecture of the Transition from Poiseuille Flow in Suspensions. *J. Phys.*, 40, 783-787.
- Freundlich, H., Jones, A. D.**, 1936. Sedimentation Volume, Dilatancy, Thixotropic and Plastic Properties of Concentrated Suspensions. *J. Phys. Chem.*, 40, 1217-1236.
- Frost, R. C., Owens, J. A.**, 1982. A Method of Estimating Viscosity and Designing Pumping Systems for Thickened Heterogeneous Sludges. 8th Int. Conf. Hydr. Trans. Solids in Pipes, Johannesburg, SA, 485-501.
- Geinopolos, A., Katz, W. J.**, 1964. A Study of the Rotating Cylinder Sludge Collector in the Dissolved Air Flotation Process. *J.W.P.C.F.*, 36, 6, 712-721.
- Hatfield, W. B.**, 1938. The Viscosity of Pseudoplastic Properties of Sewage Sludges. *Sewage Works J.*, 10, 3-25.
- Johnson, M.**, 1961. First Report on the W.R.C. Sewage Sludge in Landfills. IAWPRC Sludge Mgt. Conference, Loyola Marymount Univ. Los Angeles, USA.
- Mewis, J., Spaul, A., J., B.**, 1976. Rheology of Concentrated Dispersions. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 6, 173-200.
- Mulbarger, M., G., Copas, S. R., Kordic, J. R., Cash, F. M.**, 1981. Pipeline Friction Losses for Wastewater Sludges. *J.W.P.C.F.*, 53, 1303-1313.
- Needleman, A.**, 1989. Dynamic Shear Band Development in Plain Strain. *J. Appl. Mech.*, ASME, 56, 1-9;
- OTV.** Traiter et Valoriser les boues, n°2, 457 p., Lavoisier, Paris
- Ruckenstein E., Mewis, J.**, 1973. Kinetics of Structural Changes in Thixotropic Fluids. *J. Colloid Interfacial Sci.*, 44, 532-541.
- Slibar, A., Paslay, P. R.**, 1959. Retarded Flow of Bingham Materials. *J. Appl. Mech.*, 26, 107-111.
- Spinosa, L., Santori, M., Lotito, V.**, 1989. Rheological Characterization of Sewage Sludges. *Recycling Int.*, K.J. Thomékozmiensky, 2, 847-854.
- Stauffer, D.**, 1985. Introduction to Percolation Theory. Taylor and Francis, Philadelphia.
- Valioulis, I.**, 1980. Relationship between Settling, Dewatering and Rheological Properties of Activated Sludge. Master of Science Thesis, Cornell Univ., Ithaca, New-York, USA.
- Wang, Y. S.**, 1973. A Simplified Theory of the Constitutive Equations of Metal Plasticity at Finite Deformation. *J. Appl. Mech.* ASME, 40, 941-947.

Remerciements : Merci à François Thirion (Cemagref) et à Philippe Coussot (LCPC) pour leurs conseils avisés.

Thème : rhéologie des fluides naturels

Le débat a été retranscrit par Christophe Ancey.

Exposé de Mohamed Naaim

Question de C. ANCEY : Sur les expériences que j'ai réalisées avec des écoulements granulaires secs le long d'un canal incliné, j'ai noté l'influence prépondérante jouée par les conditions aux limites. Par exemple, selon que le fond du canal est rugueux ou non, on observe des vitesses de glissement à la paroi qui peuvent être nulles ou très proches de la vitesse moyenne d'écoulement. Qu'en est-il pour la neige ? Est-ce que des dispositions particulières ont été prises pour limiter le glissement aux parois ?

Réponse de M. NAAIM : Un tissu rugueux (avec une taille de rugosité proche des particules en écoulement) a été placé sur la surface du plan incliné pour les essais réalisés en laboratoire. Pour les essais réalisés au col du Lac Blanc, le plan incliné était couvert de neige, ce qui est supposé assurer une rugosité suffisante vis-à-vis des particules en écoulement (des cristaux de glace de type *gobelet* de taille de l'ordre de 1 mm).

Question de P. COUSSOT : Une originalité du modèle numérique est l'utilisation de la loi collisionnelle empirique de Bagnold comme loi de comportement. Cette loi est fondée sur l'hypothèse que la contrainte de cisaillement est générée par les collisions entre particules. Je m'interroge sur le bien-fondé de l'utilisation de cette loi ici, car on s'attend à ce que les collisions entre boules de neige soient foncièrement inélastiques, avec à l'extrême un coefficient de restitution nul. Comment concilier cette vue intuitive et l'emploi de la loi de Bagnold ?

Réponse de M. NAAIM : Effectivement, il y a là un problème majeur. Pour ma part, j'ai utilisé la loi de comportement de Bagnold, car c'est l'une des rares disponibles à l'heure actuelle pour des écoulements concentrés en particules et rapidement cisailés. A partir de ses résultats expérimentaux obtenus avec des billes de cire dans de l'eau, Bagnold aboutit à une constante collisionnelle de l'ordre de $K= 0,001$ pour sa loi empirique : $\tau = K\rho_s d^2 f(\phi) \dot{\gamma}^2$ (avec ϕ concentration solide volumique, f une fonction de la concentration qui a été calée d'après expériences, d et ρ_s respectivement le diamètre et la masse volumique des particules et $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement). Le calage réalisé sur mes expériences aboutit à des valeurs de K proches de 0,1, donc de deux ordres de grandeur supérieurs à la constante de Bagnold. Je n'en ai pas d'explication.

Commentaire de M. MEUNIER : Je signale que le même problème a été rencontré dans les modélisations de laves torrentielles qui sont fondées sur

la loi de Bagnold. Par exemple Takahashi a été obligé de recourir à des valeurs de K bien supérieures à celle obtenue par Bagnold. Je me permets de rebondir sur cette question pour aborder le problème sous-jacent : peut-on extraire n'importe quelle loi de comportement du catalogue des lois existantes et les incorporer dans des modèles de propagation ? Est-ce qu'un calage *a posteriori* des paramètres intervenant dans ces lois est suffisant à justifier le modèle ? Est-il même pertinent d'effectuer un tel calage ? Quelle confiance peut-on accorder à cette démarche et comment extrapoler les coefficients calés à d'autres types de matériau ?

Commentaire de R. POCHAT : Je rejoins l'avis exprimé par Maurice Meunier et je crois que l'exposé présenté par Mohamed Naaim est typique des questions que l'on doit se poser ; il me semble indispensable qu'on associe aux lois de comportement disponibles des interprétations physiques de leur formulation, des significations de leurs paramètres, bien sûr, et des critères de limitation de leur emploi.

Commentaire de M. NAAIM : Je tiens à ajouter qu'il n'y a sans doute pas une seule famille de lois de comportement appropriée pour la neige, mais qu'au contraire, compte de la diversité des conditions d'écoulement et des types de neige, il y a plusieurs types de loi à employer. Cela complique énormément le travail d'analyse et le choix de loi de comportement dans l'écriture d'un modèle numérique d'avalanche.

Commentaire de M. MEUNIER : Il y a en arrière plan de toutes nos discussions une question que je juge fondamentale et qui n'a pas été abordée. L'objectif des investigations scientifiques menées à la division ETNA est de conforter les méthodes utilisées en ingénierie pour l'élaboration de protections contre les phénomènes torrentiels et les avalanches. A l'heure actuelle, nous sommes toujours obligés de nous appuyer sur une démarche que je qualifierai d'*experte* (car fondée principalement sur l'expérience). Cette situation perdurera tant que les modèles numériques de propagation ne prendront pas le relais de l'analyse experte. J'ai beaucoup de mal à voir comment à terme, compte tenu de la diversité des matériaux et de la complexité des lois de comportement, une ingénierie fondée sur la simulation numérique peut émerger ?

Commentaire de M. NAAIM : Nous cherchons à fiabiliser l'emploi des modèles numériques en les utilisant le plus souvent possible en complément ou en parallèle à des expertises classiques qui sont réalisées au sein de l'équipe 'Neige' de la division ETNA.

Commentaire de P. COUSSOT : Il me semble que la seule manière d'asseoir au mieux les lois de comportement que l'on est amené à utiliser dans des modèles de propagation reste quand même l'amélioration de nos

connaissances fondamentales sur le comportement des matériaux impliqués.

Question de C. ANCEY : La multiplication des paramètres de lois de comportement permet bien sûr de rendre mieux compte de la complexité d'un phénomène. Dans le même temps, elle permet de caler un peu n'importe quoi : il y a donc un risque d'obtenir une loi de comportement calée pour une gamme donnée de conditions d'écoulement (et à ce titre décrivant fidèlement le comportement), mais dont l'extrapolation hors de la gamme testée peut conduire à des aberrations. Enfin, le calage de lois à plusieurs paramètres pose de sérieux problèmes méthodologiques dans le choix de la procédure de calage. Si on considère l'exemple du modèle de Voellmy (l'avalanche est alors assimilée à un écoulement permanent uniforme d'un volume de neige), on utilise une loi de comportement dégénérée, puisqu'en fait on ne s'intéresse qu'à la contrainte de cisaillement aux frontières. Dans ce cas, la loi de frottement est composée d'un terme quadratique (de type turbulent) et d'un terme frictionnel ; il y a donc deux paramètres à caler. A ma connaissance, il a fallu environ une trentaine d'années aux Suisses pour obtenir une méthodologie de calcul et un calage qu'ils estiment fiables. Quel est le nombre de paramètres dans le modèle de propagation des avalanches dites sèches et quelle démarche employer pour les caler ?

Réponse de M. NAAIM : Il y a actuellement quatre paramètres indépendants à caler. Le calage des paramètres ne peut pas se faire par des expériences de rhéométrie. Il s'agit de caler *a posteriori* à partir de différents essais le jeu de paramètres qui permet de reproduire au mieux les expériences.

Question de F. LACROIX : Comment s'effectue le traitement de l'arrêt dans les codes numériques de propagation de fluides à seuil ?

Réponse de M. NAAIM : Il y a une condition d'arrêt en terme de vitesse : quand la vitesse locale est inférieure à un seuil que l'on se fixe (mettons 1 cm/s), on considère qu'il y a localement arrêt du matériau et on arrête le calcul. Notons toutefois que l'on peut employer un modèle de fluide bivisqueux pour contourner les problèmes numériques liés au traitement du seuil de contraintes.

Exposé de Jean-Christophe Baudez

Question de P. COUSSOT : Y a-t-il libération de gaz au cours du traitement des boues de stations d'épuration ?

Réponse de J.-C. BAUDEZ : Il y a deux types de processus de stabilisation : *aérobie* et *anaérobie*. Pour les processus en anaérobie, la matière organique libère du méthane en quantité. Ainsi, généralement une

boue résiduaire (sans déchets industriels) contient environ 75 % de matières organiques. Au bout de quinze à vingt jours en réacteur fermé à 5°C, ce taux tombe autour de 50%.

Question de M. MEUNIER : Les essais de rhéométrie sont-ils reproductibles ?

Réponse de J.-C. BAUDEZ : Ils sont effectivement reproductibles sur de faibles intervalles de temps. Pour des intervalles de temps plus longs (mettons plusieurs jours), il y a une évolution du matériau, notamment à cause de la transformation de la matière organique, et en conséquence une variation significative des paramètres rhéologiques.

Commentaire de G. ALVAREZ : Je suis très intéressée par tout ce qui a été dit au sujet des boues résiduaire. Je vois là beaucoup de points communs avec les matériaux que l'on utilise en agro-alimentaire : dans les deux domaines, on a affaire à des matériels avec une loi rhéologique complexe (par exemple, ce sont des matériaux thixotropes) et, qui plus est, évolutifs (par exemple, gazéification). Je pense qu'il y a sans doute une méthodologie et des outils communs à développer.

Exposé de Christophe Ancey

Question de G. ALVAREZ : Est-ce que la loi de comportement microstructurale peut s'appliquer à des suspensions concentrées de particules non rigides ?

Réponse de C. ANCEY : En principe, dans la formule actuelle, on ne s'intéresse qu'à des suspensions de particules supposées rigides. Il y a plusieurs raisons à cela. La première est liée à la nature des matériaux qui nous intéressent : comme ce sont des suspensions de particules solides, il est naturel de les assimiler à des particules rigides. Une seconde raison est d'ordre pratique : en effet, en négligeant les déformations des particules en suspension, on peut simplifier grandement la loi de comportement. Par exemple, comme on suppose les particules rigides, on remplace la description des particules en termes de contraintes et déformations par une description de solide rigide en termes de forces et de champs de vitesse (torseur). De même, l'écriture des équations à l'interface particule/ fluide s'en trouve simplifiée puisque l'on peut négliger la déformation des particules sous l'effet de la pression.

Question de G. ALVAREZ : Quels sont les ordres de grandeur des différentes contributions élémentaires qui apparaissent dans la loi de comportement ?

Réponse de C. ANCEY : Il n'y a pas de réponse générale. Ces contributions sont relatives à des processus d'interaction complexe et leur magnitude peut varier selon les conditions d'écoulement et les caractéristiques du mélange. Le plus souvent, nous avons recours à l'examen de nombres adimensionnels (définis comme des rapports de forces d'interaction ou de temps caractéristiques) pour savoir quelle contribution peut être négligée par rapport aux autres.

Depuis plusieurs années, le comportement de certains matériaux est au cœur de nombreux programmes de recherche et de développement au Cemagref. En effet, dans des domaines aussi variés que l'agro-alimentaire, la géotechnique ou bien encore la gestion des risques naturels, une meilleure maîtrise des phénomènes passe par une connaissance suffisante du comportement rhéologique des matériaux impliqués.

Le séminaire qui s'est tenu les 19 et 20 mai à l'ENGREF a permis de faire le point sur les investigations en rhéologie menées au Cemagref. Une originalité de ce séminaire a été de mêler les exposés des équipes de recherche du Cemagref et des conférences présentées par quatre spécialistes français de la rhéologie. Outre un exposé général sur la rhéologie, trois thèmes principaux ont été abordés : génie des procédés en agroalimentaire, géomatériaux et fluides naturels.

ISBN 2-85362-504-4

Prix : 225 F TTC



9 782853 625043